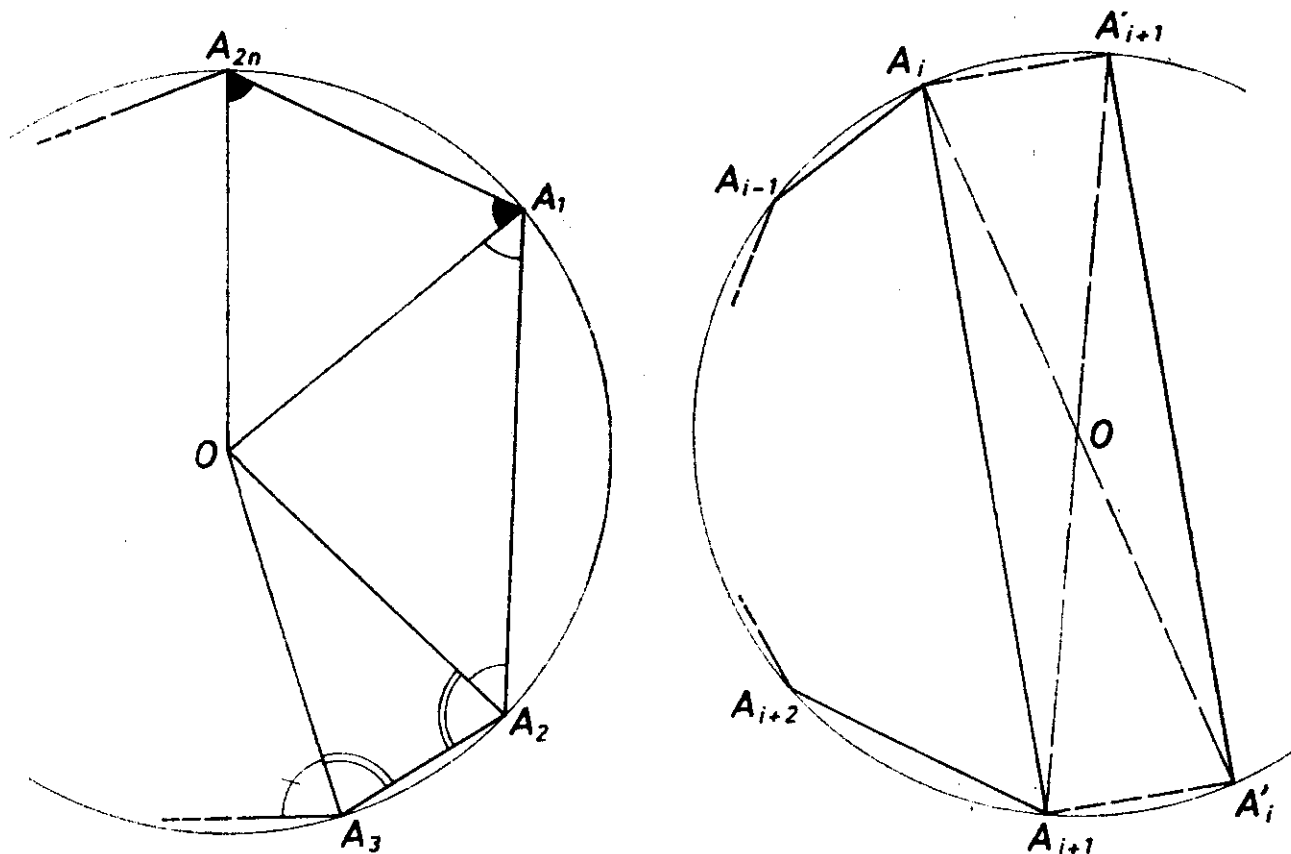


Rajzoljuk meg a  $H$  húrsokszög körülírt körét. Két esetet különböztethetünk meg aszerint, hogy  $H$  tartalmazza-e a körülírt kör  $O$  középpontját vagy sem. Először legyen  $O$  a  $H$  belsejében vagy határán. Kössük össze  $O$ -t a sokszög valamennyi csúcsával! Mivel  $H$  konvex és  $O$  belső pont, a keletkezett egyenlő szárú háromszögek  $H$ -ban vannak. Láthatjuk, hogy az egyenlő szárú háromszögek egyenlő szögei közül az egyik egy páratlan, a másik a szomszédos páros indexű csúcshoz tartozik. Mivel a sokszögnek páros sok csúcsa van, azért a páratlan sorszámú csúcsokban ugyanazokat a szögeket kell összegeznünk, mint a párosokban. Így összegük valóban egyenlő.



A második esetben  $H$  nem tartalmazza a körülírt kör  $O$  középpontját. Ekkor van a sokszögnek olyan  $A_i, A_{i+1}$  oldala, mely úgy osztja ketté a kört, hogy az egyik részben van a  $H$ , a másikban az  $O$ . Tükrözzük az  $A_i A_{i+1}$  oldalt  $O$ -ra, a kapott szakasz legyen  $A'_i A'_{i+1}$ . A  $H' = A_1 A_2 \dots A_i A'_{i+1} A'_i A_{i+1} \dots A_{2n}$  húrsokszögnek páros sok oldala van és  $O$ -t belsejében tartalmazza. Így az előzők szerint a páros sorszámú csúcsaiban levő belső szögeinek  $S$  összege egyenlő a páratlan sorszámú csúcsban levő belső szögeinek összegével.

Most ha az  $S$  összegből levonjuk az  $A_i A_{i+1} A'_i$  és  $A_i A'_{i+1} A_i$  szögeket, akkor éppen  $H$ -nak az  $(i+1)$ -gyel egyenlő párosságú csúcsainál található belső szögei összegét kapjuk. Hasonlóan,  $S$ -ből az  $A_{i+1} A_i A'_{i+1}$  és  $A'_{i+1} A_i A_{i+1}$  szögeket levonva az  $i$ -vel egyenlő párosságú csúcsok belső szögeinek összege adódik. Az  $A, A_{i+1} A'_i A'_{i+1}$  idom téglalap, tehát  $S$ -ből mindkét esetben ugyanannyit,  $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ -ot vontunk le. Ez pedig azt mutatja, hogy a  $H$ -ra vonatkozó megfelelő összegek egyenlők, állításunkat erre az esetre is bizonyítottuk.