A feltételben y helyére 1-et írva kapjuk, hogy minden $x \in \mathbf{R}$ esetén $\big|f(x)\big| = \big|x-1\big|$, azaz minden $x \in \mathbf{R}$-re

$$\text{(1)} \qquad \textit{vagy} \quad f(x) = x-1, \quad \textit{vagy} \quad f(x) = 1-x.$$

A feladat egy megoldását kapjuk, ha minden $x \in \mathbf{R}$-re az első eset teljesül, vagyis a függvény x helyen felvett értéke $x-1$ minden $x \in \mathbf{R}$-re:

$$f : x \mapsto x-1.$$

Valóban, ekkor

$$\big|f(x) - |f(y)\big| = \big|(x-1)-(y-1)\big| = \big|x-y\big|.$$

Hasonlóan megoldást kapunk, ha minden x-re (1)-ben a második lehetőség teljesül, azaz

$$f : x \mapsto 1-x.$$

Vajon vannak-e olyan függvények, melyeknél mindkét lehetőség előfordul, vagyis amikor valamilyen, 1-től különböző $x \in \mathbf{R}$ valós számra $f(x) = x-1$, és valamilyen, szintén 1-től különböző $y \in \mathbf{R}$ valós számra $f(y) = 1-y$.

Beláthatjuk, hogy ilyen megoldása nincs a feladatnak. Ugyanis a feladatban szereplő feltételt *erre* az $(x,\, y)$ számpárra felírva

$$\big|x-y\big| = \big|f(x)-f(y)\big| = \big|(x-1)-(1-y)\big|,$$

azaz

$$\big|(x-1)-(y-1)\big| = \big|(x-1)+(y-1)\big|.$$

Ha két szám – jelen esetben $(x-1)$ és $(y-1)$ – különbségének és összegének abszolút értéke egyenlő, akkor a két szám egyike 0, vagyis vagy $x=1$, vagy $y=1$. Ez pedig lehetetlen, hiszen mindkét lehetőséget kizártuk.

A feladat feltételének tehát két függvény tesz eleget: az egyik az x helyen az $x-1$ értéket veszi fel, a másik az x helyen az $1-x$ értéket.

Megjegyzés. A dolgozatok nagy része azt a pontatlan következtetést tartalmazta, hogy ha $\big|f(x)\big| = |x-1|$, akkor vagy $f(x) = x-1$, vagy $f(x) = -(x-1)$. A következtetés ebben a formájában csak akkor helyes, ha ezekben az egyenlőségekben a megfelelő függvények egy adott helyettesítési értéke szerepel. A megoldók azonban magukra a függvényekre gondoltak. Így viszont az állítás már nem igaz: végtelen sok olyan f függvény van, amelyre $\big|f(x)\big| = \big|x-1\big|$. Az abszolút érték felbontásának az egyenletek megoldásakor használt módszere itt azért vezet hibás okoskodáshoz, mert most maga a függvény az ismeretlen, nem pedig értelmezési tartományának bizonyos elemei. A $f(x)$ ugyanúgy jelöli a függvényt, és a helyettesítési értéket is. Ez általában nem zavaró. Itt azonban sokakat megtévesztett, és egy helyettesítési értékekről szóló állítást formailag egy, a függvényről szóló állítással azonosítottak.