

A keresett szám fele és harmada is egész, így az előbbi 3-mal osztható négyzetszám, utóbbi pedig 2-vel osztható köbszám. A szám fele így osztható  $3^2 = 9$ -cel. Maga a szám emiatt  $2 \cdot 9 = 18$ -cal és  $3 \cdot 8 = 24$ -gyel, vagyis a 18 és a 24 legkisebb közös többszörösével, 72-vel is osztható.

A 72 fele 36, ami négyzetszám, ezért a keresett szám a 72-nek négyzetszám-szorosa. Azt a legkisebb négyzetszámot kell tehát még megkeresnünk, amellyel  $72 : 3 = 24$ -et megszorozva köbszámot kapunk. Mivel  $24 = 2^3 \cdot 3$ , minden alkalmas szorzó osztható  $3^2 = 9$ -cel, e szorzók legkisebbike pedig a 9.

A keresett szám tehát a  $9 \cdot 72 = 648$ . Ennek a fele 324, ami 18-nak a négyzete, harmada pedig 216, ami 6-nak a köbe.

*Klug Róbert* (Budapest XI., Leiningen u. Ált. Isk., 8. o. t.)  
dolgozata alapján

*Megjegyzés.* A megoldás során többször is felhasználtuk azt az egyáltalán nem nyilvánvaló tényt, hogy egy szám négyzetében és köbében ugyanazok a prímtényezők szerepelnek, mint a számban, illetve hogy előbbiben minden egyes prímtényező kitevője páros, utóbbiban pedig minden kitevő osztható 3-mal.

A fentiek a „számelmélet alaptételének” nevezett állítás következményei, mely szerint pozitív egész számok csak egyféleképpen bonthatók fel prímszámok szorzatára.