I. megoldás. A 100°-os szög az egyenlő szárú háromszögben csak szárszög lehet, s így a háromszög alapon fekvő szögei 40°-osak. Legyen E az AB oldalnak az a pontja, amelyre $AE = AD$. Ilyen pont van, hiszen $ADB\sphericalangle > ACB\sphericalangle > DBA\sphericalangle$, amiből következik hogy $AB > AD$. Így eredeti állításunk ekvivalens a következővel: $AE + DC = AB$. Elegendő tehát a $DC = EB$ bizonyítása. Ezt két lépésben látjuk be.

Először az AED egyenlő szárú háromszöget vizsgáljuk. Itt $ADE\sphericalangle = AED\sphericalangle = 80°$, így $DEB\sphericalangle = 100°$. Mint tudjuk, $DBE\sphericalangle = 40°$, s emiatt $EDB\sphericalangle$ ugyancsak 40°-os, azaz

$$EB = ED. \tag{1}$$

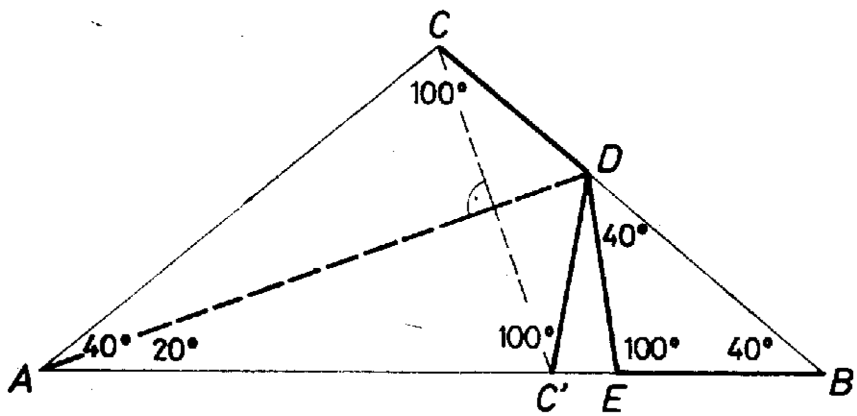
Második lépésként tükrözzük a C pontot az AD szögfelezőre. Ennek C' tükörképe nemcsak az AB oldalon van rajta, hanem az AE szakaszon is, hiszen $DC'A\sphericalangle > DEA\sphericalangle$. A tükrözés miatt $DC'B\sphericalangle = 180° - AC'D\sphericalangle = 180° - ACD\sphericalangle = 80°$, és mivel $AED\sphericalangle = 80°$, kapjuk, hogy

$$ED = DC'. \tag{2}$$

Az (1), (2) és a tükrözés alapján kapott $DC' = DC$ egyenlőségeket összevetve

$$EB = ED = DC' = DC$$

s ezzel igazoltuk az állítást.



II. megoldás. Az első megoldáshoz hasonlóan mérjük fel az $AE = AD$ távolságot az AB oldalra. A BDE háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, hiszen megfelelő szögeik egyenlők. Tudjuk továbbá, hogy az AD szögfelező a közrezáró oldalak arányában osztja a BC oldalt. Ezekből azt kapjuk, hogy

$$ED : DB = CA : AB = CD : DB$$

amiből $ED = CD$ következik. Mivel $ED = EB$ és $AE = AD$, ezért

$$AB = AE + EB = AD + CD,$$

amint azt bizonyítani akartuk.

(B. G.)