

Az  $|x - y|$  értéke  $(x - y)$  vagy  $(y - x)$  attól függően, hogy  $x$  és  $y$  közül melyik a nagyobb. Így ha a  $K$  kifejezésben felbontjuk az abszolút érték jeleket, akkor az  $1, 2, \dots, 10$  számok mindegyike kétszer szerepel, mégpedig úgy, hogy a húsz szám közül tíznek pozitív, tíznek pedig negatív az előjele. Ez azt jelenti, hogy  $K$  értéke legfeljebb  $2(10 + 9 + 9 + 8 + 7 + 6) - 2(1 + 2 + 3 + 4 + 5) = 50$  lehet. Ez viszont lehetséges is, például úgy, ha  $a_1 = 10, a_2 = 1, a_3 = 9, a_4 = 2, a_5 = 8, a_6 = 3, a_7 = 7, a_8 = 4, a_9 = 6, a_{10} = 5$ .

$K$  legkisebb értékének megkereséséhez indítsunk el egy bogarat a számegyenesen  $a_1$ -ből. Menjen először  $a_2$ -be, onnan tovább  $a_3$ -ba, majd  $a_4$ -be, és így tovább, végül  $a_{10}$ -ból vissza  $a_1$ -be.  $K$  értéke nyilván a bogár körutazásának a hossza. Azt állítjuk, hogy útja közben a bogár az  $[1; 10]$  intervallum minden pontján legalább kétszer halad át. Az egész számokra ez nyilván igaz, mert minden egész szám egy szakasz kezdő és egy másik szakasz végpontja. Ha  $x$  nem egész, akkor van olyan  $a_i$ , amelyet  $x$  elválaszt  $a_1$ -től. Ekkor  $a_1$ -ből  $a_i$ -be menet a bogár áthalad  $x$ -en, és mivel útja  $a_1$ -ben végződik, ezért legalább még egyszer érintenie kell  $x$ -et.

A bogár tehát legalább kétszeresen járja be az  $[1; 10]$  szakaszt, így  $K$  legalább kétszer akkora, mint a szakasz hossza, azaz legalább 18. Ez lehetséges is, például úgy, ha  $a_i = i (i = 1, 2, \dots, 10)$ . Így  $18 \leq K \leq 50$ .

*Megjegyzés.* Ha a feladatban 10 helyett  $n$ -et írunk ( $n \geq 2$ ), akkor a fenti gondolatmenettel belátható, hogy  $2n - 2 \leq K \leq \lceil n^2/2 \rceil$ . Megmutatható, hogy e határok között  $K$  minden páros értéket fölvesz.