Jelöljük a négyszög oldalait a, b, c, d-vel, kerületét k-val. Mivel a, b, c és d bármelyike osztója a másik három összegének, nyilván osztója az $a+b+c+d=k$-nak is. Legyen

$$A=\frac{k}{a},\quad B=\frac{k}{b},\quad C=\frac{k}{c},\quad D=\frac{k}{d},$$

itt A, B, C és D pozitív egészek. Ezek mindegyike nagyobb kettőnél, hiszen ellenkező esetben a négyszög nem létezne. Most

$$\frac{k}{A}+\frac{k}{B}+\frac{k}{C}+\frac{k}{D}=a+b+c+d=k,\ \text{azaz}\ \frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}=1.$$

Tegyük fel, hogy a, b, c és d mind különbözőek volnának. Ekkor A, B, C és D is azok, amiből

$$\frac{1}{A}+\frac{1}{B}+\frac{1}{C}+\frac{1}{D}\leqq\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{19}{20}<1$$

következik. Ez ellentmondás, tehát feltevésünk nem lehet helyes.

A feladat feltételeinek megfelelő négyszög létezése könnyen látható (pl. $a=2$, $b=4$, $c=d=3$).

Mócsy Miklós (Bp., I. István Gimn., II. o. t.)