

Jelöljük a tört nevezőjét  $A$ -val, és legyen  $B$  az a maradék, amely után az osztást a szokásos módon, jegyenként végezve az 1 számjegyet kapjuk. Jelöljük a soron következő maradékokat  $C$ -vel,  $D$ -vel,  $E$ -vel, akkor az osztás során kapott egyes számjegyek jelentése szerint

$$\begin{aligned}10B &= A + C, \\10C &= 6A + D, \\10D &= 7A + E,\end{aligned}$$

és  $0 \leq B, C, D, E < A$ . Ez utóbbi egyenlőtlenségek miatt

$$\begin{aligned}7A &\leq 10D < 8A, \\67A &\leq 100C < 68A, \\167A &\leq 1000B < 168A,\end{aligned}$$

vagyis

$$\frac{1000B}{168} < A \leq \frac{1000B}{167}.$$

Írjuk itt más alakba  $B$  együtthatóit

$$(1) \quad 6B - \frac{B}{21} < A \leq 6B - \frac{2B}{167}.$$

Mivel  $A, B$  egész számok, ebből  $B > 21$  következik, mert különben  $A$ -nak  $6B - 1$  és  $6B$  közti egésznek kellene lennie, ami nyilván lehetetlen. Ha viszont  $B \geq 22$ , akkor (1) első egyenlőtlenségéből  $A \geq 131$  következik, tehát valóban hibázott, aki  $A < 100$  mellett jutott az 1, 6, 7 számjegyekhez.

*Megjegyzések.* 1. Megoldásunkban kicsit többet kaptunk annál, amit a feladat kért, hiszen megkaptuk a legkisebb nevezőt, amely mellett a  $\dots 167\dots$  blokk felléphet.  $A \geq 131$  mellett viszont valóban fellép, ilyen példa

$$\frac{22}{131} = 0,1679389\dots$$

2. Kevés dolgozat érkezett, még kevesebb hibátlan. Ezek jó része az  $A \leq 16$  eseteket egyenként vizsgálta, kevés volt a szép megoldás. Akadt olyan is, aki mind a 98 esetet külön megvizsgálta. Gyakori hiba volt, hogy a bevezetett új változók jelentése a megoldó előtt sem volt egyértelmű, például kezdetben mást jelentett, mint később. Volt, aki azt hitte, hogy a 7 után már véget ér az osztás, és a  $B/A = 0,167$  feltételből indult ki. Mások úgy értelmezték a feladat szövegét, hogy az 1, 6, 7 számok a jegyenkénti osztásban bukkannak elő, és így ellenpéldát találtak:

$$17 : 94 = 0,1$$

**76**

Mindennek a sok tévedésnek talán az volt az oka, hogy a feladat ártatlanabbnak látszik, mint amilyen.