

A tört nevezőjét gyöktelenítve kapjuk, hogy  $S = 2n + 2 + 2\sqrt{n(n+1)}$ , így  $S$  egész része  $(2n+2) + [2\sqrt{n(n+1)}]$ , hiszen  $2n+2$  egész. Mivel  $n^2 < n(n+1) < \left(n + \frac{1}{2}\right)^2$ , így,

$$2n = 2\sqrt{n^2} < 2\sqrt{n(n+1)} < 2\sqrt{\left(n + \frac{1}{2}\right)^2} = 2n + 1.$$

Ez azt jelenti, hogy  $[2\sqrt{n(n+1)}] = 2n$ , tehát  $S$  egész része  $4n+2$ . Azonban ismert, hogy páros szám négyzete osztható 4-gyel, páratlan szám négyzete pedig 4-gyel osztva 1 maradékot ad. Nincs tehát olyan egész, amelynek a négyzete 4-gyel osztva 2 maradékot ad, emiatt  $S$  egész része valóban nem lehet teljes négyzet.