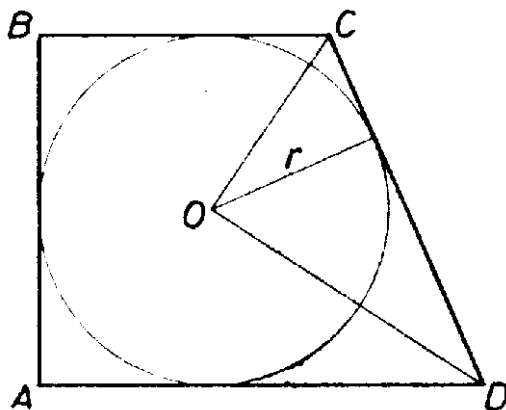
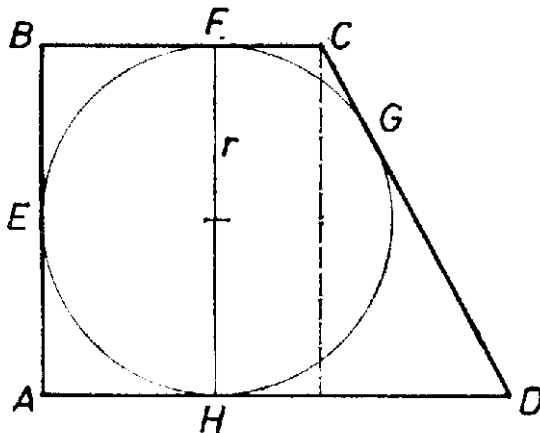


**I. megoldás.** Tudjuk, hogy ha egy derékszögű trapézba kör írható, akkor a kör átmérőjének hossza egyenlő a derékszögű szárnak,  $AB$ -nek a hosszával, s ez egyben a párhuzamos oldalak távolsága.

Jelöljük a körnek az  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DA$  oldalakon levő érintési pontjait rendre  $E$ ,  $F$ ,  $G$  és  $H$ -val. Tudjuk, hogy külső pontból a körhöz húzott érintőszakaszok hossza egyenlő, azaz  $AE = AH = r$ ,  $BE = BF = r$  (ahol  $r$  a beírt kör sugara), továbbá  $CF = CG$  és  $DG = DH$ . Ennek alapján, ha az adott  $s$  kerületből kivonjuk az  $AE + AH + BE + BF = 4r$  távolságot és a maradékot (ha van ilyen) megfelezzük, megkapjuk a trapéz  $CD$  oldalának a hosszát. Amiből máris következik, hogy a feladatnak akkor van megoldása, ha  $s - 4r > 0$ , sőt ha  $\frac{s - 4r}{2} \geq 2r = CD$  azaz  $s > 8r$ . Egyenlőség esetén  $CD = 2r$ , azaz a trapéz négyzet.



A szerkesztés menete a következő. Megrajzoljuk az egymástól  $2r$  távolságra levő  $e$  és  $f$  párhuzamos egyeneseket. Az  $e$ -n felvesszük az  $A$  pontot. Az  $A$ -ban  $e$ -re állított merőleges metszi ki  $f$ -ből a  $B$ -t. Majd rajzolunk egy kört, amely mindhárom egyenest érinti. Ezután az  $s$  hosszúságú szakaszon megszerkesztjük a  $CD = \frac{s}{2} - 2r$  távolságot. Most már csak  $CD$  hosszúságú érintőt kell szerkeszteni a körhöz. Ezt például úgy végezhetjük el, hogy  $B$ -ből  $CD$  távolsággal elmetsszük  $e$ -t, majd a kapott egyenesre a kör középpontjából merőlegest bocsátunk. Ez metszi ki a körből a  $G$  pontot, mely már meghatározza  $CD$  helyzetét.

Ha a feladatnak van megoldása, akkor nyilvánvalóan csak egy van.

**II. megoldás.** Vegyük észre, hogy a  $COD$  háromszög derékszögű. Hiszen  $\angle BCD + \angle CDA = 180^\circ$ , és  $O$  e két szög szögfelezőinek metszéspontja. Ennek alapján a szerkesztés menete: az első megoldás szerint  $CD = \frac{s - 4r}{2}$ , először ezt a távolságot szerkesztjük meg. Majd  $CD$  és  $r$  ismeretében a  $CD$  átfogójú,  $r$  magasságú derékszögű háromszöget. Ezt könnyen ki tudjuk egészíteni egy olyan derékszögű trapézzá, amelynek beírt köre  $r$  sugarú.