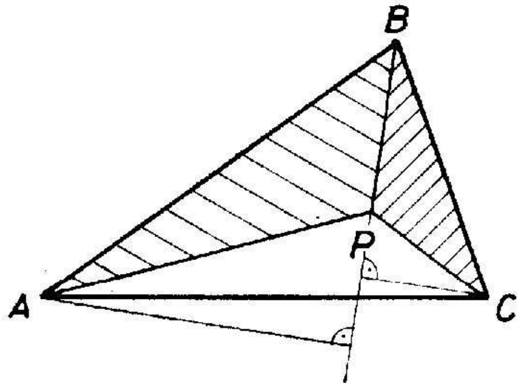
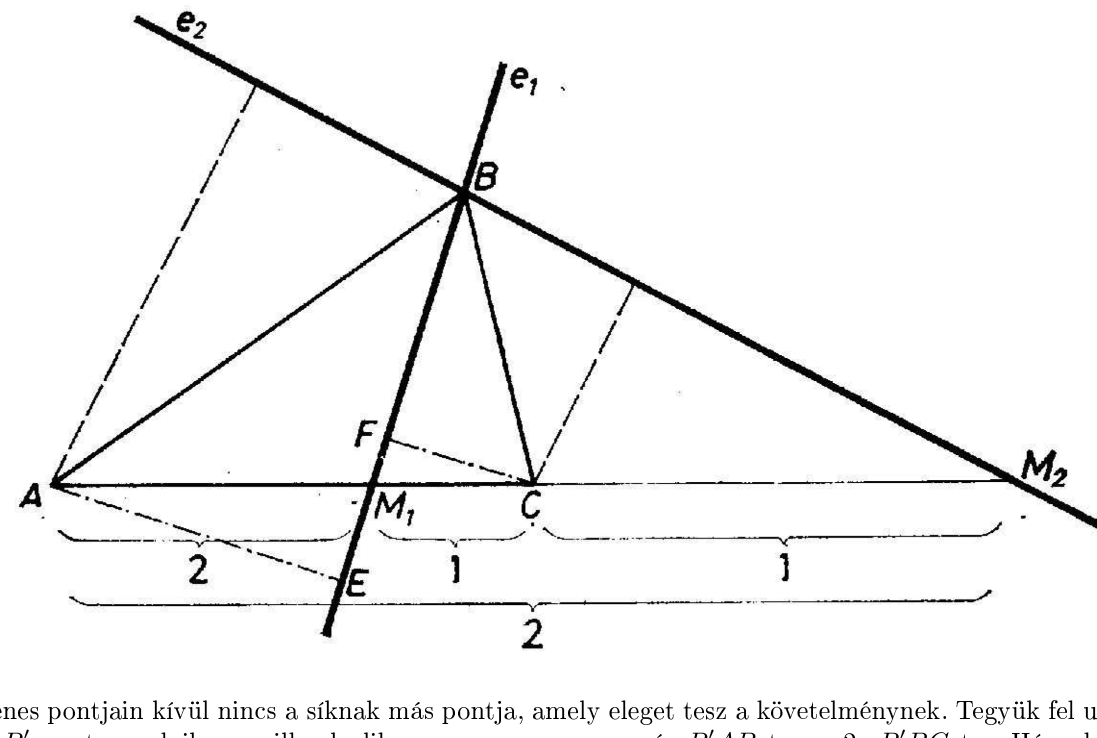
Legyen P egy, a feltételt kielégítő pont. Mivel ABP és BCP háromszögek BP oldala közös, területük arányát a BP oldalhoz tartozó magasságaik aránya határozza meg. Feltétel szerint ABP háromszög területe kétszerese a BCP háromszög területének, ezért az A pont a BP egyenestől kétszer olyan messzire van, mint C. Keressük tehát azt az egyenest (vagy egyeneseket), amely átmegy a B ponton és A-tól kétszer olyan messzire van, mint C-től.



A keresett egyenes nem lehet párhuzamos az AC egyenessel, mert akkor A-tól és C-től ugyanakkora távolságra lenne, tehát metszi AC-t. Mégpedig vagy úgy, hogy az A és C pontokat szétválasztja; vagy úgy, hogy nem választja szét. Azaz két olyan egyenes is van, e_1, és e_2, amelyiknek minden pontja (B-t kivéve) eleget tesz a követelményeknek. Az e_1-t úgy kapjuk meg, hogy az AC távolságot A-tól számítva $2:1$ arányban osztjuk és az így kapott M_1 osztópontot összekötjük B-vel. E és F az A-ból ill. C-ből induló magasságvonal talppontja. Az AM_1E és CM_1P háromszögek hasonlók, és ezért $AE:FC=2:1$ is teljesül. Az e_2 egyenes pedig B-n és az AC egyenes azon pontján megy át, amelyre $AM_2:CM_2=2:1$. Ez nyilván A-nak C-re vonatkozó tükörképe. Mint láttuk, mindkét egyenesnek minden B-től különböző pontjára PAB ter. $= = 2\cdot PCB$ ter. Ha $P=B$, akkor nem jön létre háromszög.



A két egyenes pontjain kívül nincs a síknak más pontja, amely eleget tesz a követelménynek. Tegyük fel ugyanis, hogy lenne egy P' pont, amelyik nem illeszkedik sem e_1-re, sem e_2-re és $P'AB$ ter $= 2\cdot P'BC$ ter. Húzzuk meg a BP' egyenest, ez biztosan metszi az AC-t és az M metszéspontjára $AM:MC = = 2:1$, és így M vagy M_1-gyel vagy M_2-vel esik egybe –, mert az AC egyenesen pontosan két olyan pont van, melyeknek A-tól és C-től vett osztásaránya egy adott érték, azaz BP' vagy e_1-gyel vagy e_2-vel esik egybe.

Csákány Béla (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., I. o. t.)