Jelölje a számokat nagyság szerint rendre $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_7$. Elegendő megmutatni, hogy van olyan két szomszédos szám, hogy a nagyobbiknak és a kisebbiknek a hányadosa legfeljebb 2, hisz ez a hányados 1-nél nagyobb.

Tegyük fel, hogy nem igaz az állítás. Megmutatjuk, hogy ekkor $a_7 \geq 127$, ami ellentmondás.

Ha az állítás nem teljesül, akkor $a_{i+1} > 2a_i$ minden 1 és 6 közé eső i-re. Mivel a számok egészek, ez azt jelenti, hogy

$$a_{i+1} \geq 2a_i + 1, \qquad i = 1,\ 2,\ \ldots,\ 6.$$

Mivel $a_i \geq 1$, így $a_2 \geq 3$, $a_3 \geq 7$, $a_4 \geq 15$, $a_5 \geq 31$, $a_6 \geq 63$, $a_7 \geq 127$. A kapott ellentmondás azt jelenti, hogy $a_{i+1} > 2a_i$ nem teljesülhet minden 1 és 6 közé eső i-re, és ezt akartuk bizonyítani.

Megjegyzés A megoldásban nem használtuk ki, hogy a számok különbözők. Az viszont fontos, hogy a számok egészek; erre példa az alábbi sorozat:
$a_1 = 1$; $a_2 = 2{,}5$; $a_3 = 5{,}5$; $a_4 = 11{,}5$; $a_5 = 23{,}5$; $a_6 = 47{,}5$; $a_7 = 95{,}5$. Ebben a sorozatban $a_{i+1} = 2a_i + 0{,}5$, tehát a feladat állítása nem teljesül.