

I. megoldás. Ha a 0 a számok között van, elég mellé két egyenlő abszolút értékű számot találni. Mivel a többi szám abszolút értéke csak 99-féle lehet, és 100 nullától különböző szám van, a skatulya elv szerint ilyen n számpárt valóban találhatunk. Így a továbbiakban feltesszük, hogy a számok 0-tól különbözőek.

Mivel a pozitív számok is, a negatívak is csak 99-félék lehetnek, a 101 szám között biztosan van pozitív is, negatív is. Jelöljük a legkisebb számot A -val, a legnagyobbat B -vel:

$$A < 0 < B.$$

Ha A -hoz rendre hozzáadjuk a pozitív számokat, A -nál nagyobb egészeket kapunk, amelyek között a legnagyobb $A+B$. Tovább menve, most adjuk hozzá B -hez sorra a negatív számokat, így $(A+B)$ -nél nagyobb, B -nél kisebb egészeket kapunk. Összesen 100 különböző összeget kaptunk, hiszen minden A -tól, B -től különböző szám egy összegben szerepel, és az (A, B) párból is kapunk egy összeget. Jelöljük a számok halmazát H -val, a most előállított összegek halmazát S -sel, az eredeti számok (-1) -szereseinek a halmazát G -vel.

H -ban és G -ben 101 száznál kisebb abszolút értékű különböző egész szám van, S -ben pedig 100, ugyancsak száznál kisebb különböző egész szám található. Mivel a száznál kisebb abszolút értékű egészek száma 199, G -nek és S -nek biztosan van legalább két közös eleme, jelöljük ezek egyikét F -fel, és legyen az F -fel egyenlő S -beli összeg $C+D$, ahol C az A, B számok egyikével egyenlő, és D a C -től különböző előjelű szám:

$$F = C + D.$$

Mivel G definíciója szerint $(-F)$ az eredeti számok közül való, készen is vagyunk, ha $(-F)$ a C -től is és D -től is különbözik. Ha $(-F)$ megegyezik C, D valamelyikével, akkor C, D közül a másik $(-F)$ kétszeresével egyenlő, tehát ez biztosan a nagyobb abszolút értékű a C és D közül. Ha pedig ez a nagyobb abszolút értékű tagja az összegnek, akkor ez biztosan az A, B közül való (ami persze önmagában még nem zárja ki, hogy a másik ne volna közülük való). Mivel G -nek és S -nek legalább két különböző közös eleme van, az eddigi megfontolásunk csak akkor nem vezet el a kívánt 0 összegű számhármashoz, ha A is, B is párosak, és $A/2$ is, $B/2$ is az eredeti számok közé tartozik. No de akkor az eredeti számok abszolút értéke 99-nél is kisebb, és ugyanez igaz G és S elemeire is. Emiatt ebben az esetben G -nek és S -nek kettőnél több különböző eleme van, és ezek között már biztosan van olyan is, amelyik különböző elemű 0 összegű számhármásra vezet.

II. megoldás. Készítsünk képzeletben száz kis urnát, és írjuk ezekre rendre 0-tól 99-ig az egészeket. Dobjuk az adott számok mindegyikét az abszolút értékével címkézett urnába. Ha a 0-val jelölt urna nem marad üresen, keressünk mellé olyan urnát, amelyikbe két szám került, és készen is vagyunk. Ilyen urna biztosan van, mert az urnák száma kisebb a számok számánál (és persze a 0 jelű urnába legfeljebb csak egy szám kerülhet.)

Ha a 0 jelű urna üres, tegyük azt félre, és keressük ki azok közül az urnák közül a legnagyobb címkéjűt, amelyekbe két szám került. Mivel most már kettővel nagyobb a számok száma az urnák számánál, a többi urnában még mindig több szám van, mint az urnák száma. Tegyük magunk elé a kiválasztott urnát, tőle jobbra helyezzük el a nála nagyobb címkéjűeket, és balra a kisebbeket.

A jobb oldali urnákban legfeljebb egy-egy szám van, tehát a bal oldali urnák száma kisebb a bennük levő számok számánál. Így ha most külön válogatjuk a bal oldali urnákban levő pozitív és negatív számokat, legalább az egyik halmazban $B/2$ -nél több számot találunk, ahol B a bal oldali urnák száma. Állítsuk most párba a bal oldali urnákat úgy, hogy az egy párba került urnák címkéjének az összege $(B+1)$ legyen. Ha B páros, készen is vagyunk, hiszen akkor biztosan találunk olyan párt, amelyben azonos előjelű számok is vannak, mondjuk C és D , és ezek összegének az abszolút értéke $B+1$. Mivel a $B+1$ címkéjű urna előttünk áll, és benne két szám van, készen vagyunk, ha C és D mellé ebből az urnából a tőlük különböző előjelű számot vesszük ki. Hasonlóan készen vagyunk akkor is, ha B páratlan ugyan, de mégis találunk olyan urnapárt, amelyekben vannak azonos előjelű számok. Így már csak azt az esetet kell megvizsgálni, ha B páratlan, és az egy párba került urnákban együttvéve is csak két különböző előjelű szám van. Ennyi biztosan van, hiszen a bal oldali párokban még így is csak $(B-1)$ szám lehet együttvéve, és ha a pár nélküli $(B+1)/2$ címkéjű urnában is megvan a lehető legtöbb, vagyis két különböző előjelű szám, akkor is éppen csak hogy $(B+1)$ szám van a bal oldali urnákban. Ez pedig csak úgy lehet, ha a jobb oldali urnák mindegyikében pontosan egy szám van, így nevezetesen a $(B+2)$ címkéjű urnában is van szám. Tegyük fel a könnyebb beszéd kedvéért, hogy ez negatív. Tudjuk már, hogy esetünkben a bal oldali urnákban pozitív számból is és negatívból is pontosan $A = (B+1)/2$ van. Állítsuk most párba azokat az urnákat, amelyek címkeösszege $(B+2)$, és vegyük a bal oldali urnák közé az előttünk álló urnát is. Így A párt kapunk, amelyekben $(A+1)$ pozitív szám van. Van tehát olyan pár, amelyikben két pozitív szám van, és ezekhez a $(B+2)$ címkéjű urnában levő negatív számot véve, megfelelő számhármast kapunk.

Megjegyzés. Mindkét megoldás átfogalmazható arra az általános esetre, amikor $(2n+1)$ különböző, $2n$ -nél kisebb abszolút értékű szám van. Azt, hogy itt a paritásnak lényeges szerepe van, jól mutatják a megoldások bosszantó záradékai, hogy amikor már célba érünk, még néhány kivételes esettel külön kell foglalkozni. Amint azt a $\{\pm n, \pm(n+1), \dots, \pm 2n\}$ példa mutatja, $(2n+2)$ különböző $(2n+1)$ -nél kisebb abszolút értékű szám már megadható úgy, hogy közöttük semelyik három összege ne legyen nulla.