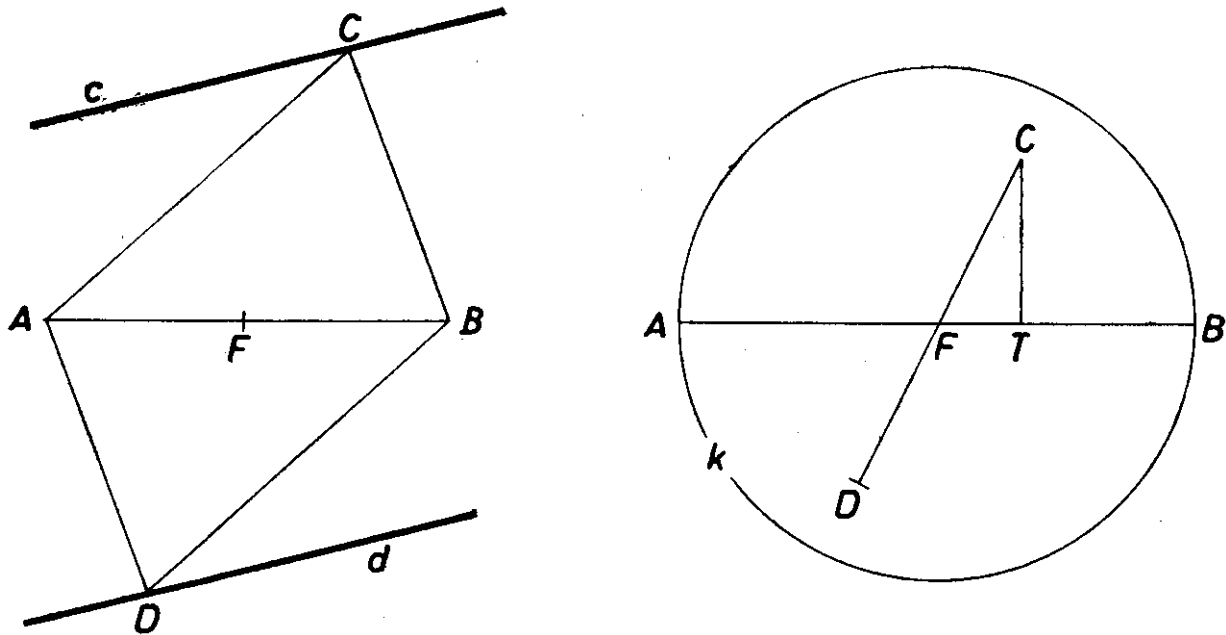


Ha van a C -n átmenő c egyenesnek az AB szakasszal közös T pontja, akkor A -nak c -től mért távolsága legfeljebb AT , B -nek c -től mért távolsága legfeljebb BT , és a kettő összege legfeljebb AB . Ez el is érhető, ha C -nek az AB egyenesen levő vetülete az AB szakaszon van, amikor is T -nek épp ezt a vetületet kell választani.

Ha c -nek nincs közös pontja az AB szakasszal, tükrözzük c -t és C -t az AB szakasz F felezőpontjára. Jelöljük a kapott egyenest d -vel, C tükörképét pedig D -vel.



Mivel az AB szakasz F -re vonatkozó tükörképe önmaga, d -nek sincs AB -vel közös pontja, és az AB szakasz F -fel együtt a c és d egyenesek közti sávban van. A felhasznált tükrözés B -nek c -től mért távolságát A -nak d -től mért távolságába viszi át. Emiatt az A , B pontok c -től mért távolságának az összege egyenlő A -nak c -től és d -től mért távolságának összegével. Mivel most A a párhuzamos c , d egyenesek között van, ez utóbbi egyenlő c és d távolságával, ami viszont legfeljebb CD . Ez el is érhető, ha c -t CD -re merőlegesnek választjuk, feltéve, hogy a kapott egyenes nem metszi az AB szakaszt.

Összefoglalva a kapott eredményeinket, megállapíthatjuk, hogy a szóban forgó összeg nem lehet egyidejűleg AB -nél is, CD -nél is nagyobb. Megmutatjuk, hogy ha $AB \geq CD$, akkor a maximum AB -vel egyenlő, különben CD az értéke. Ha ugyanis $AB \geq CD$, akkor C nem lehet az AB szakasz feletti k Thalész körön kívül, így az AB egyenesen levő T vetülete biztosan az AB szakasz belsejében van. Ekkor a keresett egyenes a CT egyenes, de ha $AB = CD$, akkor a CD -re merőleges egyenest is választhatjuk helyette.

Ha pedig $CD \geq AB$, akkor a CD -re C -ben emelt merőleges vagy érinti k -t, vagy k -n kívül halad. Így ha $CD > AB$, akkor a vizsgált távolságösszeg maximuma CD és ehhez c -t CD -re merőlegesnek kell választani.

Mivel C pontosan akkor van k belsejében, k -n, vagy k -n kívül, ha az ABC háromszög C -nél levő szöge tompaszög, derékszög vagy hegyesszög, a kapott eredmény azt jelenti, hogy ezeknek az eseteknek megfelelően a vizsgált maximum értéke rendre AB , $AB = CD$, és CD , ahol ez utóbbi az ABC háromszög C -hez tartozó súlyvonalának a kétszeresével egyenlő. Ha C -nél derékszög van, akkor a C -beli magasságvonal is, és a C -beli súlyvonalra merőleges egyenes is választható a keresett egyenesnek, különben e kettő közül csak az egyik adja a lehető legnagyobb távolságösszeget.