Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert:

(1) $$x^2+xy+y=1$$

(2) $$y^2+xy+x=5$$

I. megoldás. Emeljük ki mindkét egyenletben az első két tag közös tényezőit, és $x+y$ helyére írjunk S-et:

(1a) $$xS+y=1,$$

(2a) $$yS+x=5.$$

Összeadva a két egyenletet, és $x+y$ helyére ismét S-et írva, S-re másodfokú egyenletet kapunk:

$$S^2+S=6.$$

Ebből S értéke teljes négyzetté való kiegészítéssel kapható meg:

$$(S+0{,}5)^2=6{,}25,$$

tehát $S=-0,5\pm 2{,}5$. Ha már tudjuk S értékét, az

$$x+y=S$$

összefüggést (1a)-ból, illetve (2a)-ból kivonva kapjuk, hogy

$$x=\frac{1-S}{S-1}=-1, \quad y=\frac{5-S}{S-1}.$$

Végül az utóbbi alapján $y_1=\dfrac{5-2}{2-1}=3$, $y_2=\dfrac{5+3}{-3-1}=-2$. Behelyettesítéssel meggyőződhetünk róla, hogy mindkét gyökpár kielégíti az eredeti egyenletrendszert.

II. megoldás. Az (1) egyenlet két oldalának a különbsége szorzattá alakítható:

(1b) $$(x+1)(x+y-1)=0,$$

tehát vagy $x=-1$, vagy $x+y=1$. Ha $x=-1$, a (2) egyenlet szerint $y^2-y=6$, ami ismét teljes négyzetté való kiegészítéssel oldható meg:

$$(y-0{,}5)^2=6{,}25,$$

tehát $y=0{,}5\pm 2{,}5$. Ha $x+y=1$, a (2) egyenlet (2a) alakja szerint $x+y=5$ volna, ami nyilvánvaló ellentmondás. Tehát csak az $x=-1$, $y=0{,}5\pm 2{,}5$ értékek lehetnek az (1)–(2) rendszer gyökei. Most nem kell a kapott gyököket ellenőrizni, hiszen – mint láttuk – $x=-1$ mellett (1) az y értékétől függetlenül teljesül, és ha $x=-1$, akkor y értékét éppen (2) alapján határoztuk meg.