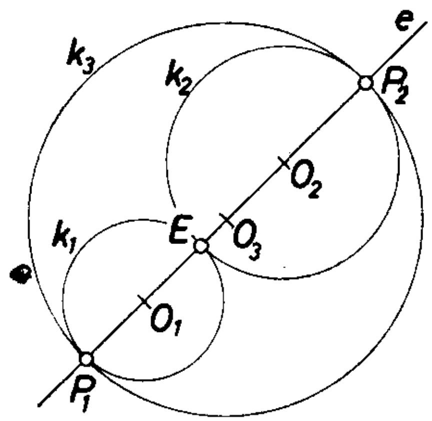
A szóban forgó kör (a továbbiakban k_3 kör) középpontját jelöljük O_3-mal. A k_1 és k_2 körök középpontjait jelöljük O_1-gyel, ill. O_2-vel, érintési pontjukat E-ve1, a P_1P_2 egyenest pedig e-vel.

Mivel k_3 átmegy a k_1 kör P_1 pontján és érinti k_1-et, ezért az érintési pont csak P_1 lehet. Emiatt O_3 az O_1P_1 egyenesen van, továbbá rajta van O_3 a P_1P_2 szakasz felező merőlegesén is. Vizsgáljuk meg, hogy ezek az egyenesek vajon mindig metszik-e egymást.

Mivel az e egyenes metszi a k_1, k_2 köröket, ezért P_1, P_2 különböző pontok. Ha O_1P_1 párhuzamos volna a P_1P_2 szakasz felező merőlegesével (azonos semmiképpen nem lehet vele), akkor merőleges volna P_1P_2-re, vagyis e-re. Ez viszont csak úgy volna lehetséges, ha e P_1-ben érintené a k_1 kört. Ellentmondásra jutottunk, hiszen az e egyenes metszi k_1-et. Az O_1P_1 egyenes és P_1P_2 felező merőlegese tehát metsző egyenesek. Ez azt jelenti, hogy a feltételeknek megfelelő k_3 kör mindig létezik, és egyértelműen meghatározott.

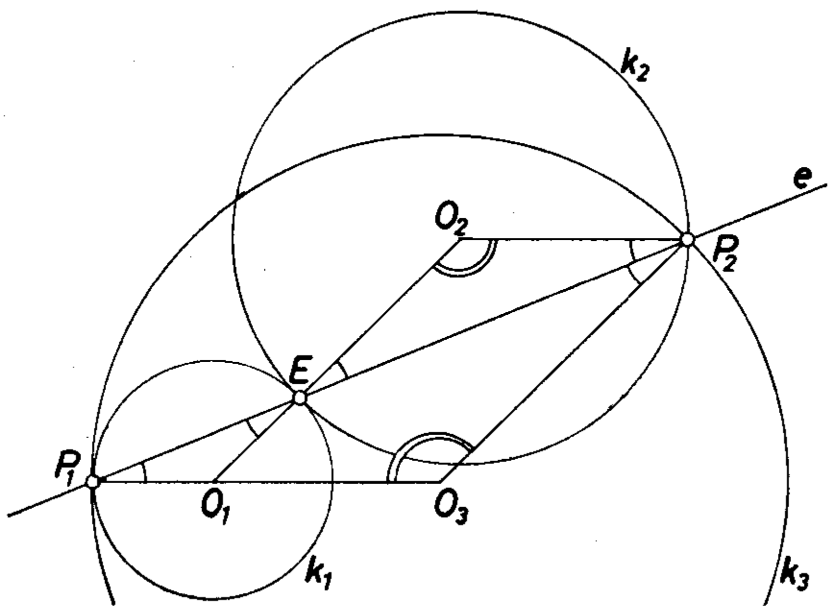
A továbbiakban két esetet különböztetünk meg.

1. Ha az e egyenes áthalad O_1-en és O_2-n, akkor a k_3 kör k_2-t is érinti (P_2-ben), mivel ebben az esetben O_3 rajta van e-n. Ezért a P_1P_2 szakasz a k_3 kör átmérője, és hossza egyenlő a k_1, k_2 körök átmérőinek összegével (1. ábra).



1. ábra

2. Ha e úgy metszi a k_1, k_2 köröket, hogy nem halad át az O_1, O_2 pontokon, akkor EO_1P_1, EO_2P_2 és $P_1O_3P_2$ valódi háromszögek, és egyenlő szárúak (2. ábra).



2. ábra

Az O_1EP_1, O_2EP_2 szögek csúcsszögek lévén egyenlőek. Így a három egyenlő szárú háromszög alapon fekvő szögei egyenlőek. Az $O_1O_2P_2O_3$ négyszög paralelogramma, mert benne a P_2-nél levő szög mindkét szomszédját $180°$-ra egészíti ki. Mivel a paralelogramma szemközti oldalai egyenlők, $O_3P_2 = O_1O_2$. Viszont O_3P_2 a k_3 kör sugara, O_1O_2 pedig a kívülről érintkező k_1 és k_2 körök sugarainak összegével egyenlő, az állítást ezzel igazoltuk. **(L. L.)**