

Jelöljük az ABC kezdő betűivel az 1. ábra szerint a táblázat mezőit, és rendezzük át a mezőket a 2. ábra szerint.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

1. ábra

A	E	I
F	G	B
H	C	D

2. ábra

A javasolt átrendezés szerint három mezőnek akkor és csakis akkor van meg a feladatban mondott tulajdonsága, ha az átrendezés után vagy egy sorba vagy egy oszlopba kerülnek. (Ezt az összes lehetséges eset sorravételével ellenőrizhetjük.) Emiatt pontosan annyi táblázat készíthető a feladat követelményei szerint, ahányféleképpen egy 3×3 -as táblázatba beírhatjuk 1-től 9-ig a számokat úgy, hogy a számok összege minden sorban és oszlopban 15 legyen. Ezeket az utóbbi táblázatokat számoljuk össze.

Helyezzük el először a táblázatban az 1-et. Mivel a rendelkezésre álló számok közül az 1-et csak $9 + 5$ vagy $8 + 6$ egészíti ki 15-re, pontosan ez a két-két szám kerülhet az 1-gyel egy sorba vagy oszlopba. Közülük mondjuk az 5-nek a helyét még szabadon választhatjuk meg a rendelkezésre álló négy hely közül, ezután a 9 már csak az 1 és 5 mellé kerülhet. A 6 helyét ismét szabadon választhatjuk a fennmaradó két hely közül és a 8 helye már egyértelmű.

Eddig tehát $9 \cdot 4 \cdot 2 = 72$ -féleképpen tudtuk a táblázat kitöltését elkezdni. Megmutatjuk, hogy ezek mindegyike egyértelműen fejezhető be. Négy szabad hely maradt, és ezekre a 2, 3, 4, 7 számokat kell tennünk. Közülük a már elhelyezett 5, 6, 8, 9 számokat rendre $3 + 7$, $2 + 7$, $3 + 4$, $2 + 4$ egészíti ki 15-re. Tehát mindegyik még fel nem használt szám pontosan két felbontásban szerepel. Emiatt az 5 és 6 sorának és oszlopának a közös eleme csak 7, az 5 és 8 sorának és oszlopának a közös eleme csak 3, a 9 és 6 sorának és oszlopának a közös eleme csak 2, a 9 és 8 sorának és oszlopának közös eleme csak 4 lehet. Mivel így az 5, 6, 8, 9 mellé éppen az őket 15-re kiegészítő számok kerülnek, a kapott táblázatok mind megfelelőek.

Összesen tehát 72 megfelelő táblázat van.

Megjegyzés. Könnyen belátható, hogy az

$$A = 1, B = 2, C = 3, D = 4, E = 5, F = 6, G = 7, H = 8, I = 9$$

táblázatnak (3. ábra) megvan a kívánt tulajdonsága.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

3. ábra

Az is nyilvánvaló, hogy ha ebben a sorok, oszlopok sorrendjét megváltoztatjuk, vagy a sorok és oszlopok szerepét felcseréljük, további jó táblázatokot kapunk. Mivel így $6 \cdot 6 \cdot 2$ táblázatot kapunk, megoldásunk szerint meg is kapjuk az összes táblázatot. Akik azonban ezt az utat választották, azoknak még külön be kellett látniuk, hogy további lehetőség nincs.