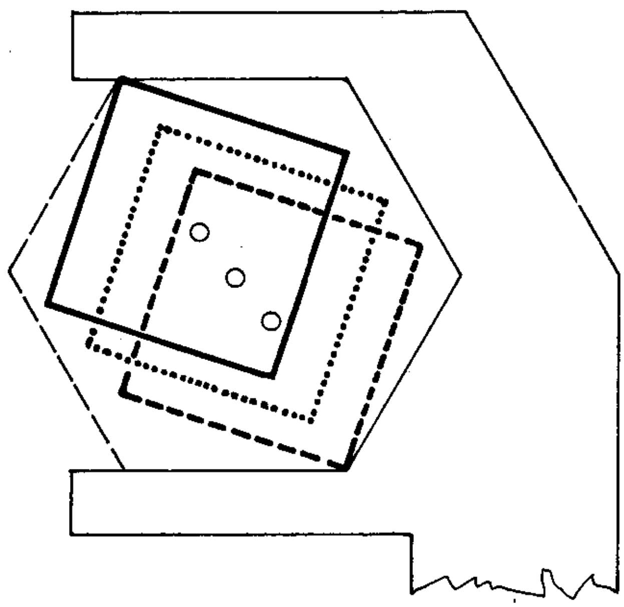
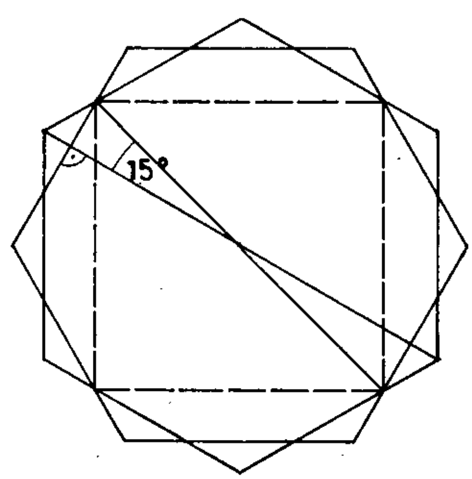
A csavart akkor tudjuk a kulccsal kicsavarni, ha egyrészt a csavar feje „belemegy” a kulcsba, másrészt ha nem tud benne forogni. Az utóbbi akkor és csak akkor teljesül, ha a b oldalú négyzet átlója nagyobb, mint az a oldalú szabályos hatszögbe írható kör átmérője, azaz ha $b\sqrt{2} > a\sqrt{3}$.

Már csak azt kell megvizsgálnunk, hogy legfeljebb mekkora négyzet helyezhető el az a oldalú szabályos hatszögben. A „legnagyobb” négyzetet azok között a négyzetek között kereshetjük, amelyek középpontja egybeesik a hatszög középpontjával. Bármely, a hatszög által tartalmazott négyzethez ugyanis találunk vele egybevágó középponti helyzetű négyzetet, amelyet a hatszög tartalmaz. Ennek bizonyítása érdekében tükrözzük a hatszög középpontjára a hatszög által tartalmazott tetszőleges négyzetet. A hatszög a tükörképet is tartalmazza, sőt a szabályos hatszög konvexitása miatt a négyzet és tükörképe konvex burkát is. A négyzet középpontos szimmetriája folytán a tükörkép-négyzet az eredetiből eltolással is megkapható. Az eltolás során a négyzet az előbbi konvex burokban mozog. Félúton található a kívánt négyzet (1. ábra).



1. ábra

Határozzuk meg ezek után a „legnagyobb” négyzetet. A középponti helyzetű négyzetet a középpont körül 90°-kal elforgatott hatszögnek is tartalmaznia kell. A szabályos hatszögnek és 90°-os elforgatottjának közös része szabályos tizenkétszög. Ennek leghosszabb átlója adja a „legnagyobb” négyzet átlóját (2. ábra).



2. ábra

Eszerint

$$b\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{3}}{\cos\ 15^\circ},$$

azaz

$$b = a(3 - \sqrt{3}).$$

Eredményeinket összefoglalva: a csavart akkor és csak akkor tudjuk a kulccsal kicsavarni, ha

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \frac{b}{a} \leqq 3 - \sqrt{3}.$$