A keresett szám kilenc jegyű. A feltétel a $k = 1$ esetben nem jelent megszorítást. Ugyanez a helyzet, ha $k = 9$, ugyanis az első kilenc pozitív egész összege 45, így a 9-cel való oszthatóság feltétele szerint valamennyi szóba jövő szám osztható 9-cel. A továbbiakban a rövidség kedvéért a szám első k jegyéből álló számot nevezzük a szám k-adik szeletének.

Az ötödik szelet akkor osztható 5-tel, ha az 0-ra vagy 5-re végződik. Mivel a 0-t nem használhatjuk, az ötödik jegy csak 5 lehet.

A páros szeletek a feltétel szerint páros számok, így a keresett számban a páros helyeken a négy páros számjegy áll. A $k = 2$ esetben ez már elégséges, a $k = 4,\ 6,\ 8$ esetekben viszont további feltételek is szükségesek.

Ismert, hogy egy szám pontosan akkor osztható 4-gyel, ha az utolsó kettő, 8-cal pedig akkor, ha az utolsó három jegyéből álló szám osztható 4-gyel, illetve 8-cal. Utóbbi esetben azonban a százasok helyén páros szám áll – ez keresett számunk hatodik jegye –, így a nyolcadik szelet pontosan akkor lesz 8-cal osztható, ha a hetedik és a nyolcadik jegyből álló kétjegyű szám is ilyen.

A keresett számban a páratlan helyeken páratlan számok állnak, így a fentiek miatt a negyedik és a nyolcadik helyen nem állhat 4-gyel osztható szám.

A harmadik szelet pontosan akkor osztható 3-mal, ha az első három, és mivel a hatodik jegy páros, a hatodik szelet akkor osztható 6-tal, ha az első hat számjegy összege osztható 3-mal. A két feltétel egyidejűleg pontosan akkor teljesül, ha mind az első, mind a második három jegy összege osztható 3-mal.

A 7-tel való oszthatóság feltételét egyelőre még nem tudtuk felhasználni. Az eddigiek alapján két esetet különböztetünk meg aszerint, hogy a két 4-gyel osztható páros szám közül melyik áll a hatodik helyen.

I. eset. A hatodik jegy a 8. Ekkor a 4 a második jegy. Az ötödik jegy 5, így ahhoz, hogy a második három jegy összege 3-mal osztható legyen, a negyedik helyre a 2 és a 6 közül a 2-t kell választanunk. Ekkor a nyolcadik jegy a 6.

Számunkról tehát ebben az esetben az alábbiakat tudjuk:

$$.\,4\,.\,258\,.\,6\,.$$

Vizsgáljuk meg, hová kerülhet a megmaradt négy páratlan szám! A második helyen álló 4-es 1 maradékot ad 3-mal osztva, és mivel az 1, 3, 7, 9 számok egyike sem ad 2 maradékot 3-mal osztva, így az első és a harmadik helyre nem kerülhet 3-mal osztható szám, ha azt akarjuk, hogy az első három jegy összege osztható legyen 3-mal.

A nyolcadik jegy 6, így ahhoz, hogy a hetedik és a nyolcadik jegyből álló szám osztható legyen 8-cal, a hetedik helyen a 9-nek kell állnia. Ekkor az utolsó jegy a 3.

Két lehetőségünk van tehát: 147 258 963 és 741 258 963. Most már csak a $k = 7$ feltétel maradt, erről pedig könnyen látható, hogy egyik esetben sem teljesül.

II. eset. A hatodik jegy a 4. Ekkor a páros számok helye az I. esethez hasonlóan meghatározható, és az alábbi eredményhez jutunk:

$$.\,8\,.\,654\,.\,2\,.$$

A 3-mal való oszthatóság most egyetlen megmaradt páratlan számot sem zár ki az első vagy a harmadik helyről, csak annyit mondhatunk, hogy a két hely közül pontosan az egyiken áll 3-mal osztható szám. A nyolcadik jegy 2, így a nyolcadik szelet is kétféleképpen lehet 8-cal osztható, a hetedik helyen 3 és 7 is állhat. Mindkét esetben négy lehetőségünk adódik. Ha a hetedik jegy 3, akkor ezek:

789 654 321; 987 654 321; 189 654 327; 981 654 327.

Könnyen ellenőrizhető, hogy a hetedik szelet egyik esetben sem osztható 7-tel.

Ha a hetedik jegy 7, akkor az alábbi számok adódnak:

189 654 723; 981 654 723; 183 654 729; 381 654 729.

Itt találunk megoldást: az utolsó szám hetedik szelete is osztható 7-tel: $3\ 816\ 547 = 7 \cdot 545\ 221$.

Egyetlen olyan szám van tehát, amelyre teljesülnek a feladat feltételei, s ez 381 654 729.