

Jelöljük az intervallumok egyesítését A -val, és nevezzük az intervallumok hosszának összegét A hosszának. Toljuk el A -t pozitív irányban $0,1$ -del. Ha B jelöli az eltolt halmazt, akkor egyrészt A és B hossza egyenlő, másrészt a feltétel épp azt jelenti, hogy A -nak és B -nek nincs közös pontja.

A két halmaz egyesítése ugyanakkor benne van a $[0; 1, 1]$ intervallumban, így A hossza valóban legfeljebb $1, 1/2 = 0,55$.

Megjegyzés. A fenti gondolatmenet csekély módosításával kiderül, hogy A hossza még $0,55$ sem lehet.

Ha a $[0; 1]$ intervallum egy $0,1$ hosszúságú részintervallumának A -hoz tartozó pontjait toljuk el $0,1$ -del pozitív irányba, akkor az eltolt halmazban sincs A -beli pont. Így egy $0,2$ hosszúságú intervallum bal oldali felének A -hoz tartozó része az intervallum jobb oldali felének A -beli pontot nem tartalmazó részébe tolható. Ebből következik, hogy bármely $0,2$ hosszúságú intervallumnak legfeljebb $0,1$ hosszúságú része tartozhat A -hoz.

Ha a $[0; 1]$ intervallumot 5 , közös pont nélküli, $0,2$ hosszúságú intervallumra osztjuk, akkor a fentiek szerint A hossza legfeljebb $5 \cdot 0,1 = 0,5$. Könnyen látható, hogy ez a becslés már nem javítható tovább. Ha ugyanis A az alábbi öt intervallumból áll: $[0; 0,1)$; $[0,2; 0,3)$, $[0,4; 0,5)$; $[0,6; 0,7)$; $[0,8; 0,9)$, akkor a feltétel nyilván teljesül és A hossza éppen $0,5$. (**C. A.**)

Tigelman Péter (Dombóvár, Gógös I. Gimn., II. o. t.)