I. megoldás. Mivel $S(n) \geqq 0$, így $n \leqq 1981$, tehát $S(n) < 1+9+9+9 = 28$. Így $n > 1981-28 = 1953$. Ez viszont azt jelenti, hogy $S(n) \geqq 1+9+6 = 16$, tehát $n \leqq 1981-16 = 1965$.

Ismeretes, hogy egy 10-es számrendszerben felírt szám 9-cel osztva ugyanazt a maradékot adja, mint a jegyeinek összege. Mivel 1981 9-es maradéka 1, így n és $S(n)$ 9-cel osztva csak 5 maradékot adhat. 1954 és 1965 között egyetlen ilyen szám van, az 1958. Erre $S(1958) = 23$, és$1958+23 = 1981$, tehát ez a feladat egyetlen megoldása.

II. megoldás. Mivel $n \leqq 1981$, így n legfeljebb négyjegyű, tehát felírható $1000x+100y+10z+v$ alakban, ahol x, y, z és v 0 és 9 közé eső természetes számok, az n jegyei. Ekkor $S(n) = x+y+z+v$.

A feltétel szerint

$$1001x+101y+11z+2v = 1981. \tag{1}$$

Mivel $0 \leqq 101y+11z+2v \leqq 101\cdot 9+11\cdot 9+2\cdot 9 = 1026$, így (1)-ből $1981-1026 = 955 \leqq 1001x \leqq 1981$, tehát

$$0 < \frac{955}{1001} \leqq x \leqq \frac{1981}{1001} < 2.$$

A kapott feltétel a természetes számok közül egyedül az $x = 1$-re teljesül. Ezt (1)-be helyettesítve:

$$101y+11z+2v = 980. \tag{2}$$

Mivel $0 \leqq 11z+2v \leqq 11\cdot 9+2\cdot 9 = 117$, így (2)-ből $980-117 = 863 \leqq 101y \leqq 980$ tehát,

$$8 < \frac{893}{101} \leqq y \leqq \frac{980}{101} < 10.$$

A kapott feltétel a természetes számok közül egyedül $y = 9$-re teljesül. Ezt (2)-be helyettesítve

$$11z+2v = 71 \tag{3}$$

Mivel $0 \leqq 2v \leqq 2\cdot 9 = 18$, így (3)-ból $71-18 = 53 \leqq 11z \leqq 71$, tehát

$$4 < \frac{53}{11} \leqq z \leqq \frac{71}{11} < 7.$$

A kapott feltétel a $z = 5$ és a $z = 6$ természetes számokra is teljesül, utóbbi esetben viszont $2v = 71-66 = 5$ volna, ami nem lehet, mert v egész. Ha $z = 5$, akkor $2v = 71-55 = 16$, tehát $v = 8$.

Így $x = 1$, $y = 9$, $z = 5$, $v = 8$, tehát $n = 1958$.