

A gép veheti a 100 reciprokát, és a kapott $1/100$ -ot akárhányszor hozzáadhatja a 100-hoz, hiszen így mindig két különböző, már rendelkezésére álló számot ad össze. Ha már tízezerszer hozzáadta a 100-hoz az $1/100$ -ot, az utolsó összeg épp

$$100 + 10\,000/100 = 200$$

lesz. Vegye most ennek a reciprokát, és azt 198-szor adja hozzá az $1/100$ -hoz. Így kapja az

$$1/100 + 198/200 = 1$$

számot, majd ha ehhez 100-szor hozzáadja az $1/100$ -ot, a kettőt.

Innen már gyorsabban haladhat előre. A kettőhöz az egyet adogatva megkaphatja az összes pozitív egész számot. Ha pedig a pozitív egész k szám reciprokához a $2k$ reciprokát $2(m-1)$ -szer hozzáadja, az

$$\frac{1}{k} + \frac{2(m-1)}{2k} = \frac{m}{k}$$

számot kapja. Mivel itt m és k tetszés szerinti pozitív egészek, az eljárás minden pozitív racionális szám előállítására alkalmazható.

Mást nem is állíthat elő a gép, hiszen a megengedett lépései során pozitív racionális számokból csak pozitív racionális számokat kaphat, és az első szám, ami rendelkezésére áll, pozitív racionális szám.

Megjegyzés. Többen azt állították, hogy a gép a pozitív valós számokat is elő tudja állítani. Voltak, akik azzal érveltek, hogy azokat már a racionális számok meghatározzák. Akik tanulták az iskolában az ún. Dedekind szeletet, sok érvet tudtak emellett felhozni. Valóban, ha a racionális számokat be tudjuk festeni pirosra és kékre úgy, hogy minden piros-kék párból a piros kisebb a kéknél, akkor e festés mindig meghatároz egy és csakis egy valós számot. Mondhatnánk persze most azt, hogy senki sem mondta, hogy a gép festeni is tud. Mivel azonban vég nélkül működhet, rendre előállíthatja mondjuk minden k -hoz azokat az m/k , $(m+1)/k$ számokat, amelyekre

$$\left(\frac{m}{k}\right)^2 < 2 < \left(\frac{m+1}{k}\right)^2.$$

A feladat szövege viszont világosan megmondja, mit tud a gép „előállítani”. Igaz ugyan, hogy ezek a racionális számok tetszés szerinti pontossággal megközelítik a $\sqrt{2}$ -t, sőt sorozatuk határértéke éppen $\sqrt{2}$, a „tetszés szerinti megközelítés”, „határérték” fogalmak nincsenek benne a gép szótárában. Ezért a gép ugyanúgy nem tudja az összes pozitív valós számot előállítani, mint a negatív racionális számokat. Pedig az utóbbiak előállítása még egyszerűbb volna, „csak” (-1) -gyel kellene tudni megszorozni az előállított számokat.