

Ha a számok között szerepel a 0, akkor szorzatuk is 0. Így ha összegük is az, akkor mind a hat szám 0, hiszen számaink nem negatívak.

A továbbiakban feltesszük, hogy a hat szám mindegyike pozitív. Jelölje őket növekvő (nem csökkenő) sorrendben rendre: A, B, C, D, E, F . A feltétel szerint:

$$(1) \quad A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F = A + B + C + D + E + F.$$

Ha mind a hat szám egyenlő, akkor innen $A^6 = 6A$, azaz $A > 0$ miatt $A^5 = 6$ következik. Ennek az egyenletnek nincs megoldása a természetes számok körében, tehát föltehető, hogy számaink között vannak különbözők. Ekkor a hat szám összegét határozottan növeljük, ha mind a hat tag helyett F -et írunk. Így (1) figyelembevételével:

$$A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F < 6F$$

és mivel $F > 0$ ezért

$$P = A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E < 6.$$

Három 1-nél nagyobb természetes szám szorzata legalább 8, így mivel P pozitív, tényezői közül legfeljebb kettő lehet 1-nél nagyobb. Tehát $A = B = C = 1$.

Ha D is 1, akkor (1)-ből

$$4 + E + F = E \cdot F.$$

Mindkét oldalhoz 1-et adva átrendezés után szorzattá alakíthatunk:

$$5 = E \cdot F - E - F + 1 = (E - 1)(F - 1).$$

Tudjuk, hogy $F > 1$, így $(E - 1)$ is pozitív. Az 5 csak 1 · 5-ként bontható két természetes szám szorzatára, tehát a nagyságviszonyok figyelembevételével $(E - 1) = 1$ és $(F - 1) = 5$. Innen $E = 2$ és $F = 6$.

Ha $D \geq 2$, akkor $E < 6/D$, így $D = E = 2$. Ekkor (1)-ből

$$4F = 7 + F.$$

Ennek az egyenletnek azonban nincs megoldása a természetes számok körében.

Így a feladatnak két megoldása van:

$$\begin{aligned} A = B = C = D = E = F = 0, \quad \text{illetve} \\ A = B = C = D = 1; \quad E = 2 \text{ és } F = 6. \end{aligned}$$

Megjegyzés. A feladat általánosítható 6 helyett $k \geq 2$ darab számra. Könnyen látható, hogy

$$(2) \quad n_1 = n_2 = \dots = n_{k-2} = 1; \quad n_{k-1} = 2; \quad n_k = k \text{ megoldás.}$$

Az azonban általában nem igaz, hogy ez az egyetlen, a triviálistól különböző megoldás. Ha $k = 5$, akkor $n_1 = n_2 = n_3 = 1; n_4 = n_5 = 3$ is megoldás. Fölvethető hogy k mely értékeire nem lesz az egyenletnek (2)-től különböző típusú nem triviális megoldása.