

Jelöljük T -vel a keresett telefonszámot. T 3-mal osztva 0, 1 vagy 2 maradékot adhat. Tudjuk azt is, hogy T páratlan, tehát 4-gyel osztva páratlan maradékot ad. Eszerint a szóban forgó közös maradék 1.

A feltételből következik, hogy $T - 1$ osztható 3-mal, 4-gyel, 7-tel, 9-cel, 11-gyel és 13-mal. Egyelőre csak annyit használunk föl, hogy $T - 1$ osztható $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$ -gyel, ugyanis 1001 hatjegyű többszörösei $ABCABC$ alakúak. Így $A = 7$, $B = 2$, tehát

$$T - 1 = 72\ C\ 72\ C.$$

A 9-cel való oszthatóság miatt $T - 1$ jegyeinek összege is osztható 9-cel. Mivel $7 + 2 + C + 7 + 2 + C = 18 + 2C$, így $2C$ is 9 többszöröse. Ez csak a $C = 0$ vagy a $C = 9$ esetben lehetséges, de $T - 1$ 4-gyel is osztható, tehát C páros. Ha $C = 0$, akkor valamennyi feltétel teljesül, azaz $T = 720\ 721$

Megjegyzés. Másképpen is befejezhető a megoldás. Abból, hogy $T - 1$ osztható a felsorolt számokkal, következik, hogy osztható ezek legkisebb közös többszörösével, tehát 36 036-tal is. Másrészt $700\ 020 \leq T \leq 799\ 929$, ezért $700\ 019 \leq T - 1 \leq 799\ 928$, innen

$$19 < \frac{700\ 019}{36\ 036} \leq \frac{T - 1}{36\ 036} \leq \frac{799\ 928}{36\ 036} < 23.$$

Így $\frac{T - 1}{36\ 036}$ értéke 20, 21 vagy 22:

$$20 \cdot 36\ 036 + 1 = 720\ 721$$

$$21 \cdot 36\ 036 + 1 = 756\ 757$$

$$22 \cdot 36\ 036 + 1 = 792\ 793$$

Az ötödik számjegy csak az első esetben 2, vagyis a keresett telefonszám 720 721. **(Sz. Cs.)**