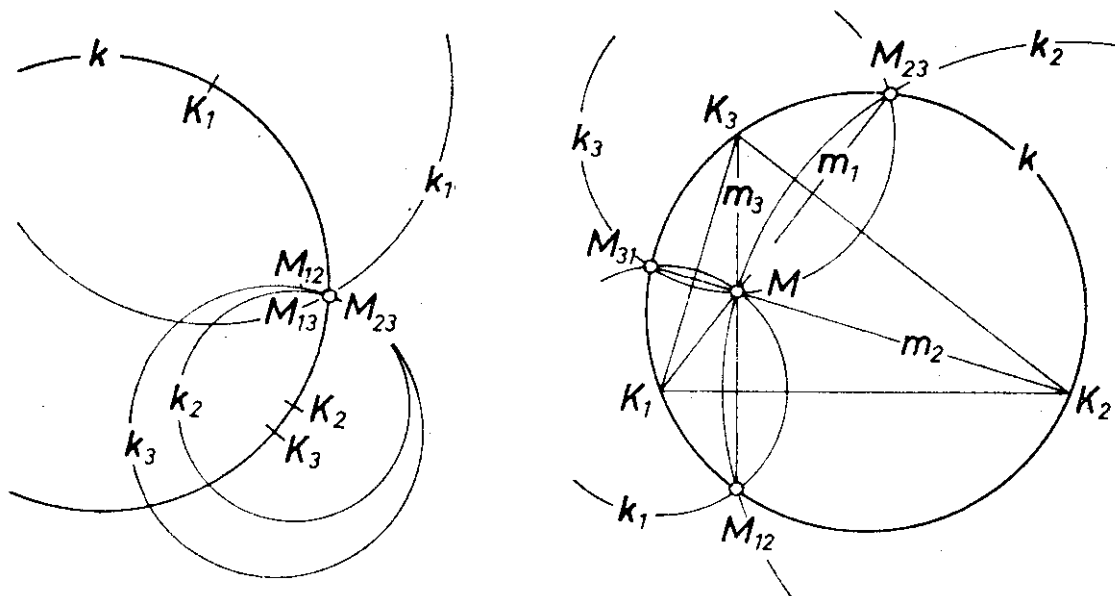


Jelöljük a  $k_i$  kör középpontját  $K_i$ -vel,  $k_i$ -nek  $k_j$ -vel és  $k$ -val alkotott metszéspontját  $M_{ij}$ -vel ( $i, j = 1, 2, 3; i \neq j$ ). Ha az  $M_{12}, M_{23}, M_{31}$  pontok közül kettő azonos, a harmadik is azonos velük, és ez a három kör közös pontja. A továbbiakban feltesszük, hogy ez a három pont különböző. Mivel a  $k_i, k_j$  körök szimmetrikusan helyezkednek el a középpontjaikon átmenő  $K_iK_j$  egyenesre nézve, a másik metszéspontjuk  $M_{ij}$ -nek a  $K_iK_j$ -re vonatkozó tükörképe. Mivel feltevésünk szerint  $M_{ij}$  a  $k$ -n van,  $k_i$  és  $k_j$  másik metszéspontja rajta van  $k$ -nak  $K_iK_j$ -re vonatkozó tükörképén. Jelöljük ezt  $k_{ij}$ -vel. Eszerint a  $k_1, k_2, k_3$  köröknek csak akkor van közös pontja, ha a  $k_{12}, k_{23}, k_{31}$  köröknek van közös pontja, és a két közös pont csak azonos lehet.



Tekintsük a  $K_1K_2K_3$  háromszöget, és jelöljük benne a  $K_i$ -n átmenő magasságvonalat  $m_i$ -vel ( $i = 1, 2, 3$ ). Ha az  $m_1, m_2$  egyeneseket a  $K_1K_2$  szakasz felezőpontjára tükrözzük, Thalész tétele szerint a  $k$ -ban  $K_3$ -mal átellenes  $K_3^*$ -on átmenő egyeneseket kapunk. Emiatt a háromszög  $M$  magasságpontjának  $K_1K_2$ -re vonatkozó tükörképe rajta van  $k$ -n, hiszen azonos  $K_3^*$ -nak  $K_1K_2$  felezőmerőlegesére vonatkozó tükörképével. Megfordítva,  $k$ -nak a  $K_1K_2$ -re vonatkozó  $k_{12}$  tükörképe átmegy  $M$ -en, tehát a  $k_{12}, k_{23}, k_{31}$  köröknek tetszőleges  $K_1K_2K_3$  háromszögben a háromszög  $M$  magasságpontja a közös pontja. Mint láttuk, csakis ez lehet a  $k_1, k_2, k_3$  közös pontja is. A szóban forgó  $k_1, k_2, k_3$  köröknek tehát akkor és csakis akkor van közös pontjuk, ha átmennek a középpontjaik által meghatározott háromszög magasságpontján, vagy mindhárom átmegy  $k$ -nak egyazon a pontján.