Vegyük mindkét oldal reciprokát (1)-ben, és $\left(\sqrt{2}-1\right)$ reciproka helyére írjuk a vele egyenlő $\left(\sqrt{2}+1\right)$-et, $\sqrt{m}-\sqrt{m-1}$ reciproka helyére a $\left(\sqrt{m}+\sqrt{m-1}\right)$-et:

$$\left(\sqrt{2}+1\right)^n \leq \sqrt{m}+\sqrt{m-1}. \tag{2}$$

Mivel nyilvánvalóan

$$\sqrt{m}+\sqrt{m-1}<2\sqrt{m}, \tag{3}$$

igazoljuk állításunkat, ha belátjuk, hogy

$$2n<\left(\sqrt{2}+1\right)^n. \tag{4}$$

Valóban, a (2), (3), (4) egyenlőtlenségekből $n<\sqrt{m}$ következik, és ebből – legalábbis $n \geq 0$ mellett – a bizonyítandó állítást kapjuk. Állításunk negatív n-re nem igaz, hiszen ekkor (1) semmitmondó, a feladat szövegében „egészek" helyett pozitív „egészeket" kellett volna írni.

Hátra van még (4) igazolása, most nyilván feltehetjük, hogy n pozitív egész. Írjuk a bal oldalon $2n$ helyére a szomszédos páros számok hányadosának a szorzatát:

$$2n=2\cdot\frac{4}{2}\cdot\frac{6}{4}\cdot\ldots\cdot\frac{2n}{2n-2}.$$

Itt a tényezők száma n, és fokozatosan csökkennek, hiszen általában

$$\frac{k}{k-2}>\frac{k+2}{k}.$$

A tényezők közül már a legelső is kisebb $1+\sqrt{2}$-nél, így szorzatuk biztosan kisebb $\left(1+\sqrt{2}\right)$ n-edik hatványánál.