Három szóba jöhető hatványai a következőek:

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
3^k	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561

3^9 már nem jöhet szóba, hiszen az épp 19 683-mal egyenlő. Csoportosítsuk a lehetséges megoldásokat aszerint, hogy bennük hány ismeretlen értéke egyenlő x_1-gyel. Jelöljük ezt a számot M-mel, magát x_1-et m-mel. M nyilván pozitív, és $M \leq 9$, $m < 9$. Emiatt M-nek 3-mal oszthatónak kell lennie, hiszen bal oldalon levő 3^m-nél nagyobb tagok (ha egyáltalán vannak ilyenek) és a jobb oldal is osztható 3^{m+1}-nel, így a 3^m-nel egyenlő tagok összege is osztható 3^{m+1}-nel. M-re tehát három érték jöhet szóba: 3, 6 és 9. Ha $M = 9$, az ismeretlenek mind egyenlőek, és közös értékük csak 7 lehet, hiszen 9 db 3^7 összege éppen 3^9.

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = x_9 = 7. \tag{2}$$

Jelöljük a másik két esetben a keresett megoldásban az $m+1$-gyel egyenlő ismeretlenek számát N-nel. Akkor (1) bal oldalán a 3^m-mel és 3^{m+1}-nel egyenlő tagok összege $S = \left(\frac{M}{3} + N\right) 3^{m+1}$. Ez nem lehet 3^9-nel egyenlő, hiszen ekkor $M+N$-nek is, $\frac{M}{3} + N$-nek is 9-cel kellene egyenlőnek lennie, ami $M > 0$ miatt nem lehet. Emiatt $m < 8$, és (1) bal oldalán vannak 3^{m+2}-nel osztható tagok. Mivel a jobb oldal is osztható 3^{m+2}-nel, $\left(\frac{M}{3} + N\right)$ osztható 3-mal.

Ha $M = 6$, ebből $N = 1$, és $S = 3^{m+2}$ következik. A maradék két 3-hatványnak ezt az S összeget kell 3^9-re kiegészítenie, ami csak úgy lehetséges, ha S is és ezek a hatványok is 3^8-nal egyenlőek:

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 6, \quad x_7 = 7, \quad x_8 = x_9 = 8. \tag{3}$$

Ha $M = 3$, akkor N értéke 2 vagy 5 lehet, S értéke pedig 3^{m+2} vagy $2 \cdot 3^{m+2}$. Második esetben már csak egy 3-hatványunk maradt, így ennek is 3^{m+2}-nel kell egyenlőnek lennie, és m értéke ismét 6:

$$x_1 = x_2 = x_3 = 6, \quad x_4 = x_5 = x_6 = x_7 = x_8 = 7, \quad x_9 = 8. \tag{4}$$

Az első esetben az ismeretlenek közül négy nagyobb $(m+1)$-nél. Jelöljük közülük az $(m+2)$-vel egyenlőek számát K-val. Mivel most $S + K \cdot 3^{m+2} = (K+1)\,3^{m+2}$, $(K+1)$-nek 3-mal oszthatónak kell lennie:

$$x_1 = x_2 = x_3 = 5, \quad x_4 = x_5 = 6, \quad x_6 = x_7 = 7, \quad x_8 = x_9 = 8. \tag{5}$$

Az (1) egyenletnek tehát a (2), (3), (4), (5) alatti négy értékrendszer a megoldása.

Sike Sándor (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., II. o. t.)

Megjegyzés. Ha egy országban a váltópénzek értéke csak 3 hatványa lehet, és nekünk 9 db 3^7-nel egyenlő pénzünk van, megkérdezhetjük, hányféleképpen válthatnánk át vagyonunkat, ha ragaszkodunk ahhoz, hogy az 9 darabban maradjon. Valahányszor felváltunk egy pénzt ebben az országban, 3 darab közvetlen kisebb címletűt kapunk helyette, tehát 2-vel több pénzünk lesz. Úgy csökkenthetjük a pénzeink számát, ha három egyforma címletűt egy nagyobb értékűre cserélünk. Eszerint a (2) alatti megoldásból úgy kapjuk (4)-et, hogy egy pénzt felváltunk, hármat pedig összeváltunk. Ebből (3)-at is, (5)-öt is ennek a lépésnek az ismétlésével kapjuk, a különbség csak az, hogy (3) esetén 3^7 címletű, (5) esetén 3^6 címletű pénzt váltunk fel.