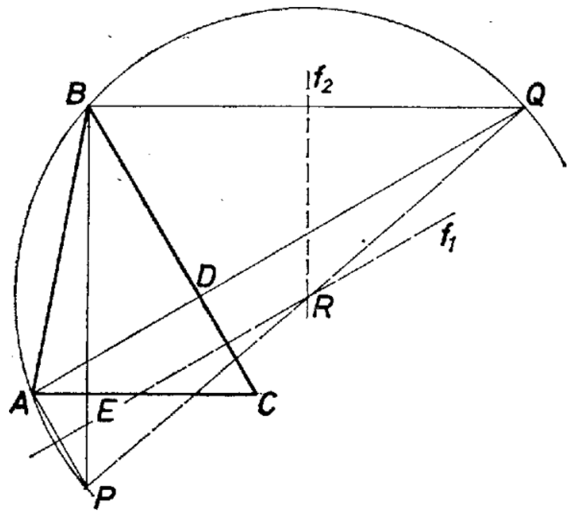
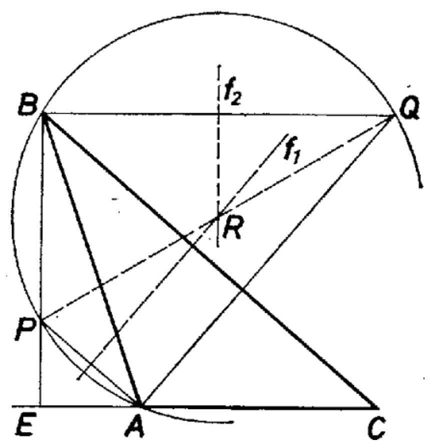
$PAQ$ és $PBQ$ közös átfogójú derékszögű háromszögek, hiszen $QA \perp BC$ és $AP \parallel BC$ miatt $QA$ az $AP$ egyenesre is merőleges. Hasonlóan láthatjuk be, hogy $BQ \perp BP$. $QB$ és $PA$ a $PQ$ szakasz fölé írt Thalész–körnek húrjai, s ezért felező merőlegeseik a kör középpontjában metszik egymást. $R$ tehát a felező merőlegesek metszéspontja s egyben a Thalész–kör középpontja, így rajta van a $PQ$ átmérőn. Ezzel a mondott állítást igazoltuk.




A $PQ$ egyenes az $A$, $B$ pontokat nem választja szét, ha a háromszögnek az $A$ csúcsnál levő szöge hegyesszög. Ha az $A$ szög tompaszög, a $B$ csúcsból húzott magasságvonala a $BA$ egyenesnek a háromszöget nem tartalmazó oldalára kerül, s így a $P$ pont is. Az $AD$ egyenes viszont a háromszög belsejében halad, és mivel $QAB\sphericalangle < CAB\sphericalangle$ és $BQ \parallel CA$, a $QAB\sphericalangle + ABQ\sphericalangle < 180^\circ$, azaz $AQ$ és $BQ$ egyenesek az $AB$ egyenesnek $P$-t nem tartalmazó oldalán metszik egymást. Mindkét esetben az $AQB$ kerületi szög az $AB$ húr ugyanazon ívéhez tartozik, mint az $ARB$ középponti szög. Ha tehát $ARB\sphericalangle = 90^\circ$, akkor $AQB\sphericalangle = 45^\circ$. De $AQB\sphericalangle = CAD\sphericalangle$ – hiszen váltószögek. A $CAD$ derékszögű háromszögben az egyik hegyesszög 45°-os, ezért a másik is, azaz a háromszög $C$ csúcsánál levő szöge 45°-os. Az $ARB$ szög akkor is lehet derékszög, ha a háromszög $C$ csúcsánál levő szög tompaszög. Most is teljesül az $AQB\sphericalangle = \frac{1}{2}ARB\sphericalangle = 45^\circ$, és az $AQB$ és $CAD$ szögek egyenlősége is, hiszen most egyállású szögek. S mivel $CAD\sphericalangle$ a háromszög külső szöge, ezért a háromszög $C$ csúcsánál lévő szöge most 135°-os.