

Ha a medence hossza a m, szélessége b m, mélysége c m, akkor a térfogata abc m³, és a beburkolandó lapjainak a területe $(ab + 2c(a + b))$ m². Mivel a lapokat nem törhetjük el, a, b, c értéke csak egész szám lehet. A betűk szerepének megváltása miatt $a \geq b$. Megmutatjuk, hogy elég a $b \geq c$ esettel foglalkoznunk. Ha ugyanis ez nem volna így, b és c szerepét felcserélve olyan medencét kapnánk, amelyhez $a(c - b)$ -vel kevesebb lapra van szükség.

Ezek szerint olyan a, b, c pozitív egészeket keresünk, amelyekre $a \geq b \geq c$, $abc = 120$, és $T = ab + 2c(a + b)$ a lehető legkisebb. Mivel $c \geq 5$ mellett abc értéke $a \geq b \geq c$ miatt legalább 125, c -re csak négy érték, 1, 2, 3 és 4 jöhet szóba. Bármelyiket veszi is fel c , T akkor lesz a legkisebb, ha $a + b$ minimális, hiszen rögzített c mellett az $ab = \frac{120}{c} = s$ szorzat értéke is állandó.

Az $a + b$ összeg ugyanakkor minimális, amikor a négyzete. Ez viszont

$$(a + b)^2 = \left(\frac{s}{b} - b\right)^2 + 4s$$

miatt akkor a legkisebb adott s mellett, ha b a lehető legnagyobb olyan érték, amelyre még $b \leq \frac{s}{b}$, vagyis $b \leq \sqrt{s}$. Minden egyes s értékhez tehát s -nek a \sqrt{s} -nél nem nagyobb osztói közül a legnagyobbat kell b -nek választanunk. Így a következő eseteket kapjuk:

c	s	b	a	T
1	120	10	12	164
2	60	6	10	124
3	40	5	8	118
4	30	5	6	118

Tehát legalább 118 cementlapra van szükségünk. Ennyiből kétféle medencét is építhetünk, az egyik 4 m mély, 5 m széles és 6 m hosszú, a másik 3 m mély, 5 m széles és 8 m hosszú.

Megjegyzés. Ha komolyan vesszük, amit a szöveg mond, persze az utóbbi méreteket választjuk, egy úszómedence mélysége bizonyos határon túl már nem sokat számít, a hossza viszont igen. Dehát – mint minden ilyen esetben – eleve megkérdőjelezhető a feladat realitása.