

Jelöljük a két részhalmazt A -val, B -vel, és azt, hogy n az A eleme, jelöljük (szokás szerint) $n \in A$ -val. Feltesszük, hogy a feladat állítása nem igaz, és A , B épp olyan felbontás, amelyben nincs háromtagú számtani sorozat. Megmutatjuk, hogy ha $n \geq 4$, akkor $(n-1)$ és $(n+1)$ nem tartozhatnak ugyanahhoz a halmazhoz. Ha ugyanis $n-1 \in A$, $n+1 \in A$, akkor csak $n-3 \in B$, $n+3 \in B$ lehetne, ámde ekkor n már sem A -ban, sem B -ben nem lehetne. Nyilván feltehetjük, hogy a 7 az A -ban van. Ekkor előző megállapításunk szerint csak $5 \in B$, $9 \in B$ lehet, és ezek miatt $3 \in A$, $11 \in A$. Mivel feltevésünk szerint 3 és 11 számtani közepe A -beli, ellentmondásra jutottunk, tehát állításunk igaz.

Megjegyzés. Belátható az is, hogy már az első 9 természetes számot sem lehet úgy két halmazba rakni, hogy egyikben se legyen 3 elemű számtani sorozat. Az első 8 számra ez még nem igaz, mint azt az $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $B = \{3, 4, 7, 8\}$ felbontás mutatja. Amint azt Szemerédi Endre matematikus nemrég bizonyított tételéből kiolvashatjuk, ha elég sok számot bontunk két halmazba, tetszőleges hosszú számtani sorozatok létezését is lehet bizonyítani.