

Azt kell igazolnunk, hogy a függvénynek semmilyen $a \neq 0$ valós szám nem periodusa. Ehhez elegendő, ha minden $a \neq 0$ valós számhoz mutatunk olyan x -et, amelyre $D(x) \neq D(x+a)$, azaz x^2 és $(x+a)^2$ közül az egyik racionális a másik irracionális.

Racionális és irracionális számok összegének és szorzatának jellegét az alábbi ismert táblázatban tüntetjük fel (r racionális, i irracionális számot jelöl):

$$\begin{array}{c|c|c} + & r & i \\ \hline r & r & i \\ \hline i & i & r \text{ vagy } i \end{array} \quad \begin{array}{c|c|c} \times & r & i \\ \hline r & r & i \\ \hline i & i & r \text{ vagy } i \end{array} \quad \text{ha } r \neq 0$$

Ezek után a -ra nézve három esetet különböztetünk meg:

1. a racionális:

Ekkor $x = \sqrt{2}$ megfelelő, hiszen $D(\sqrt{2}) = 1$, mivel $(\sqrt{2})^2 = 2$, másrészt $(a + \sqrt{2})^2 = a^2 + 2 + 2\sqrt{2}a$, amely a fenti táblázat alapján irracionális, így $D(\sqrt{2} + a) = 0$.

2. Ha a irracionális, de a^2 racionális (pl. $\sqrt{3}$):

Ekkor x -et 1-nek választjuk. Nyilván $D(1) = 1$, míg $(a + 1)^2 = a^2 + 1 + 2a$ irracionális, így $D(1 + a) = 0$.

3. Ha a és a^2 is irracionális (pl. $\sqrt[4]{2}$):

Legyen $x = 0$. Ekkor $D(0) = 1$, ugyanakkor $(a + 0)^2 = a^2$ miatt $D(0 + a) = 0$. Ezzel az állítást igazoltuk.

Kovács Beáta (Dombóvár, Gőgös I. Gimn., I. o. t.)