A feltételből következik, hogy $p(x)$ értékkészletének minden elemét pontosan egyszer veszi föl. Ha ugyanis $p(x_1) = p(x_2)$, akkor $P\big(p(x_1)\big) = P\big(p(x_2)\big)$, azaz $x_1 = x_2$ is fennáll. Ebből viszont következik, hogy $p(x)$ pontosan elsőfokú, hiszen ez a tulajdonsága sem másodfokú, sem 0-adfokú (konstans) polinomnak nem lehet meg.

Legyen most x_1 adott valós szám. Mivel $p(x)$ elsőfokú, így értékkészlete a valós számok halmaza, tehát van olyan y_1, amelyre $p(y_1) = x_1$, ekkor $p\big(P(x_1)\big) = p\Big(P\big(p(y_1)\big)\Big)$. A feltétel szerint viszont $P\big(p(y_1)\big) = y_1$, tehát $p\Big(P\big(p(y_1)\big)\Big) = p(y_1) = x_1$, azaz ha x_1 adott valós szám, akkor $p\big(P(x_1)\big) = x_1$, tehát $p\big(P(x_1)\big) = x$.

Megjegyzések. **1.** A feltétel magát a két polinomot nem határozza meg egyértelműen. Ha $p(x) = bx + c$ tetszőleges elsőfokú polinom (tehát $b \neq 0$), akkor $P(x) = \dfrac{1}{b}x - \dfrac{c}{b}$.

2. Ha elvégezzük a $P\big(p(x)\big)$ helyettesítést, akkor rövid számolás után

$$P\big(p(x)\big) = Aa^2x^4 + 2Aabx^3 + (2Aac + Ab^2 + Ba)x^2 + (2Abc + Bb)x + Ac^2 + Bc + C.$$

Az az állítás, hogy ez csak úgy lehet egyenlő x-szel *minden* x szám esetén, ha az elsőfokú tag együtthatója 1, a további együtthatók pedig nullák, egyáltalán nem nyilvánvaló. Alapvető tétel mondja ki, hogy két polinom, mint függvény csak úgy lehet egyenlő, ha „formailag” is azonosak. Akik a fenti indulással oldották meg a feladatot, ennél a lépésnél kihasználták ezt a tételt.