I. megoldás. Ha $x \geq 0$ és $y \geq 0$, akkor (1)-ből $x \leq 1$ és $y \leq 1$ következik, (2)-ből pedig $x \geq 1$. Így csak $x = 1$ teljesülhet. Ezt (2)-be helyettesítve $y = 0$ adódik. Behelyettesítve látható, hogy ez a számpár (1)-nek is megoldása. Tehát az egyenletrendszer megoldása nem negatív számok körében: $x = 1$, $y = 0$.

Ha $x + y > 0$, akkor $(x+y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$ alapján

$$(x+y)^2 = \frac{(x+y)^3}{x+y} = \frac{x^3+y^3}{x+y} + 3xy.$$

Ha $x+y > 1$, akkor a bal oldal nagyobb 1-nél, a jobb oldalon álló tört értéke pedig nő, ha a nevezőt 1-re csökkentjük. Azt kapjuk tehát, hogy $1 < x^3 + y^3 + 3xy$, ami (1) miatt lehetetlen. Hasonló ellentmondásra vezet az $x+y < 1$ feltevés is, így (1)-ből az $x + y > 0$ feltétel mellett $x + y = 1$ következik. Ezt (2)-be helyettesítve kapjuk, hogy

$$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = x - y = 1.$$

Az egyenletrendszer tehát $x + y > 0$ feltétel mellett az

$$x + y = 1, \quad x - y = 1$$

egyenletrendszerrel ekvivalens és ennek továbbra is csak $x = 1$, $y = 0$ a gyöke.

II. megoldás. Megmutatjuk, hogy az egyenletrendszernek akkor sincs más megoldása, ha x-ről és y-ról nem teszünk fel semmit.

Az első egyenlet az $x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$ és az $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ azonosságok felhasználásával szorzattá alakítható:

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 - 1 + 3xy =&(x+y)^3 - 1 - 3xy(x+y-1) = \\ =&(x+y-1)\big((x+y)^2 + (x+y) + 1\big) - \\ &- 3xy(x+y-1) = \\ =&(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1). \end{aligned}$$

A második tényező négyzetek összegére bontható:

$$x^2 + y^2 - xy + x + y + 1 = \frac{1}{2}\Big[(x+1)^2 + (y+1)^2 + (x-y)^2\Big].$$

Az (1) egyenlet tehát ekvivalens az

$$(x+y-1)\Big[(x+1)^2 + (y+1)^2 + (x-y)^2\Big] = 0 \tag{1*}$$

egyenlettel. Innen vagy $x + y = 1$, vagy $x = y = -1$.

A második eset (2) miatt nem megoldás, az első esetben pedig (2)-ből az $x = 1$ és $y = 0$ gyököt kapjuk.