A $P(k;\,t)$ pont akkor és csak akkor tartozik az adott tartományhoz, ha a

$$\begin{aligned} k &= 2(x+y), \\ t &= xy \end{aligned} \tag{1}$$

egyenletrendszernek van pozitív számokból álló megoldása, ahol x, y a téglalap oldalait jelöli. Így $k>0$, $t>0$ nyilván szükséges feltétel. A gyökök és együtthatók összefüggése alapján ez akkor és csak akkor teljesül, ha x és y gyökei az

$$u^2-\frac{k}{2}u+t=0 \tag{2}$$

egyenletnek. Mivel két szám akkor és csak akkor pozitív, ha összegük és szorzatuk pozitív, így ha $k>0$, $t>0$ esetén a (2) egyenlet megoldható, akkor a gyökök szükségképpen pozitívak.

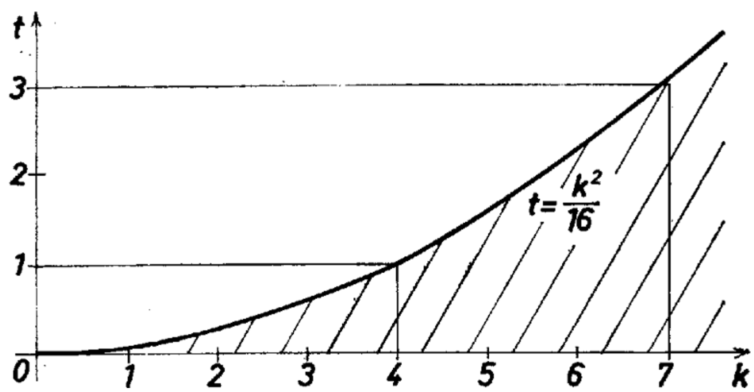
Azt kaptuk tehát, hogy a $P(k;\,t)$ pont akkor és csak akkor tartozik az adott tartományhoz, ha $k>0$, $t>0$ és a (2) egyenletnek van megoldása, azaz

$$\frac{k^2}{4}\geq 4t.$$

Ennek alapján a tartomány a k és t tengelyekkel meghatározott derékszögű koordináta-rendszerben az első síknegyednek a k tengely és a

$$t=\frac{k^2}{16}=\left(\frac{k}{4}\right)^2$$

egyenletű parabolaív által határolt része. A parabolaív pontjai hozzátartoznak a tartományhoz, a k tengely pontjai pedig nem.



Megjegyzések. A parabolán levő pontok esetén $\frac{k^2}{4}=4\,t$; tehát a (2) egyenlet gyökei egyenlők, így ezek a pontok a négyzeteket jellemzik.

2. A fenti kérdés általánosabban is fölvethető. Az 1654. gyakorlat (1977. év, 2. szám, 73. old.) állításának következménye, hogy a fenti tartomány nem változik, ha a téglalap helyett négyszöget írunk. Háromszögek esetén már más, a fentinél szűkebb tartományt kapunk. Ha pedig téglalap helyett tetszőleges síkidomot mondunk, akkor a válasz a tetszőleges síkidom k kerületére és t területére igaz

$$\frac{k^2}{4\pi}\geq t$$

úgynevezett *izoperimetrikus egyenlőtlenség* segítségével adható meg. Ez az egyenlőtlenség azt fejezi ki, hogy adott kerületű síkidomok közül a kör a legnagyobb területű.