

Felhasználva a logaritmus függvény azonosságait és azt a tulajdonságát, hogy 1-nél nagyobb alap esetén szigorúan monoton növekvő, a megadott egyenlőtlenség ekvivalens az alábbival:

$$\frac{x+p}{\sqrt{10}} \geq \sqrt{2x}.$$

Ebből négyzetre emeléssel és rendezéssel az

$$x^2 + (2p - 20)x + p^2 \geq 0$$

egyenlőtlenséghez jutunk. Kérdés, mely  $p$  értékekre teljesül ez minden pozitív  $x$ -re. Mivel  $x^2 + (2p - 20)x + p^2$  értéke  $x = 0$ -ban  $p^2 \geq 0$ , az egyenlőtlenség akkor teljesül, ha az  $x^2 + (2p - 20)x + p^2$  parabolának

- a) a tengelypontja az  $x \leq 0$  félsíkban van;
- b) a tengelypontja az  $x$  tengely felett van.

A tengelypont helye  $-\frac{2p-20}{2}$ , így az a) feltétel a  $p \geq 10$  feltétellel ekvivalens. A tengelypont akkor van az  $x$  tengely felett, ha a diszkrimináns negatív (mert az  $x^2$  együtthatója pozitív), vagyis  $(2p-20)^2 - 4p^2 \leq 0$ , tehát a b) a  $p \geq 5$  feltétellel ekvivalens.

Vagyis az egyenlőtlenség teljesül minden pozitív  $x$ -re, ha  $p \geq 5$ .