Legyen f a locsolkodó fiúk, n pedig az egy üvegben levő cseppek száma. Ekkor egy fiú $\dfrac{n}{2}-15$ csepp kölnit locsolt a mamára. Emiatt

$$f\cdot\left(\frac{n}{2}-15\right)>-3\,n,\ \text{vagyis}$$

$$\frac{6\,n}{n-30}<f. \tag{1}$$

A lányokra vonatkozó feltétel nem egyértelmű. Ha például minden fiúnak ugyanaz a lány tetszett, akkor ő $f\cdot n/2$ csepp kölnit kapott, ami szintén több, mint három üveg. Adott f esetén sem mindegy, hogy az egyes lányokat hányan választják. A feladat csupán a kölnisüvegre kíváncsi, a többi körülményt mi szabadon változtathatjuk a feltételekkel összeegyeztethetően.

Helyettesítsük egyelőre a lányokra vonatkozó feltételt egy gyengébb, de jobban kezelhető kikötéssel. Egy lányra sem jutott $3\,n$ cseppnél több, így a négy lányra összesen legfeljebb $12\,n$ csepp jutott. Így, mivel egy fiú a négy lányra összesen $\dfrac{n}{2}+15$ csepp kölnit locsolt: $f\cdot\left(\dfrac{n}{2}+15\right)\le 12\,n$, ahonnan kapjuk, hogy

$$f\le\frac{24\,n}{n+30}. \tag{2}$$

(1) és (2) együtt a

$$\frac{6\,n}{n-30}<f\le\frac{24\,n}{n+30} \tag{3}$$

egyenlőtlenségláncot jelenti, ahonnan kapjuk, hogy

$$\frac{6\,n}{n-30}<\frac{24\,n}{n+30},$$

vagyis $n>50$. Tehát egy üvegbe legalább 51 csepp kölni szükséges. De okoskodásunk nem megfordítható, így további finomításra van szükség.

Ha $n>50$, akkor $\dfrac{6\,n}{n-30}<15<\dfrac{24\,n}{n+30}$, így található (3)-at kielégítő f egész szám. Ha (3)-t egy kicsit átalakítjuk:

$$6+\frac{180}{n-30}<f\le 24-\frac{720}{n+30}, \tag{3'}$$

akkor azt is látjuk, hogy a $7\le f\le 23$ értékek bármelyike kielégíti (3)-t elég nagy n esetén. Nekünk arra az f értékre van szükségünk, amikor n a lehető legkisebb. Figyelembe kell vennünk azonban, hogy (2) és így (3) jobb oldala nem egyenértékű a lányokra vonatkozó feltétellel. Ha például $f\ge 21$, akkor elég nagy n-re ($f=21$ esetén $n\ge 210$) (3) fennáll, de bármilyen is a fiúk ízlése, van olyan lány, akit legalább hatan választottak, így ő már ezektől is legalább három üveg kölnit kapott. Ahhoz, hogy a lányokra vonatkozó feltételt megvalósíthassuk, a fiúk számát kicsire kell választanunk, hisz így érhető el, hogy egy lányt se válasszanak túl sokan. Ha viszont csökkentjük a fiúk számát, akkor a mama, azaz (1) miatt n-et növelnünk kell. Ahhoz, hogy például $f=7$ kielégítse (1)-et, n-et legalább 211-nek kell választanunk, ez pedig túl nagy az előzetes $n>50$ becsléshez képest.

Az $f=15$ érték már lehetséges, ha $n>50$. Ha tehát a fiúk 15-en voltak, akkor volt olyan lány, akit legalább négyen választottak. Ezektől legalább 2 üveg kölnit kapott, a többiektől $5-5$ cseppet, így ő legalább $2n+11\cdot 5$ csepp kölnit kapott. Ez $n\le 55$ esetén nem lesz több, mint 3 üveg, azaz $3\,n$ csepp kölni.

Így $f=15$ esetén minimálisan 55 csepp szükséges. Ez már meg is valósítható, amennyiben három lányt négyen, egyet pedig hárman locsoltak meg.

Meg kell néznünk, hogy ha $50<n<55$, akkor (1) lehetővé teszi-e a fiúk számának csökkentését.

Mivel (1) bal oldala monoton fogyó, elegendő $n=54$-et vizsgálni. Ekkor (1) szerint $f>13{,}5$, így 13 vagy annál kevesebb fiú esetén $n\le 55$ (valóban ekkor $n\le 56$), így ekkora csökkentés már nem ad jobb eredményt.

Ha $f=14$, akkor (1) alapján $14>\dfrac{6\,n}{n-30}$, vagyis $n>52{,}5$. Így ha $n\le 53$, akkor (1) teljesül. Másrészt most is elérhető, hogy egy lányt se válasszanak 4-nél többen – például három lányt négyen, egyet pedig ketten – és így a legillatosabb leány is $4\cdot\dfrac{2}{n}+10\cdot 5=2n+50$ csepp kölnit kapott, ami $n\le 53$ esetén három üvegnél kevesebb.

Tehát az adott feltételek esetén egy üvegben legalább 53 csepp kölni volt, és ez lehetséges is, amennyiben 3 lányt 4–4 fiú, egyet pedig két fiú locsolt meg.