Ahhoz, hogy a kérdésre igenlő választ adhassunk, elég belátni, hogy az f függvény monoton növekvő, azaz bármely n természetes számra:

$$f(n-1) \leq f(n). \tag{1}$$

(1) fennállását teljes indukcióval mutatjuk meg. $n=1$-re $0=f(0) \leq f(1)=1$, így (1) teljesül. Tegyük fel, hogy N olyan természetes szám, hogy $n \leq N$ esetén fennáll (1). Megmutatjuk, hogy (1) teljesül $(N+1)$-re is. $f(N+1) = f\big(N+1-s(N+1)\big)+1$, $f(N)=f\big(N-s(N)\big)+1$. Mivel az s függvény értéke legalább 1, így $N+1-s(N+1) \leq N$ és $N-s(N) \leq N$. Ha belátjuk, hogy

$$N+1-s(N+1) \geq N-s(N), \tag{2}$$

akkor az indukciós feltevés miatt (1) teljesül $(N+1)$-re is.

Jelölje r az N szám felírásában az utolsó helyeken álló kilencesek számát ($r=0$ is lehet). Ekkor

$$N = 9 \cdot 10^{\circ} + 9 \cdot 10^{1} + \ldots + 9 \cdot 10^{r-1} + A \cdot 10^{r},$$

ahol A olyan természetes szám, amelynek utolsó számjegye nem 9. Nyilván $s(N)=r\cdot 9+s(A)$ és $s(N+1)=s(A)+1$, tehát $s(N+1)=s(A)+1 \leq s(N)+1 = r\cdot 9+s(A)+1$, azaz (2) teljesül. Az is látszik, hogy $f(N+1)=f(N)$ akkor és csak akkor, ha $s(N+1)=s(N)+1$, azaz ha $r=0$.