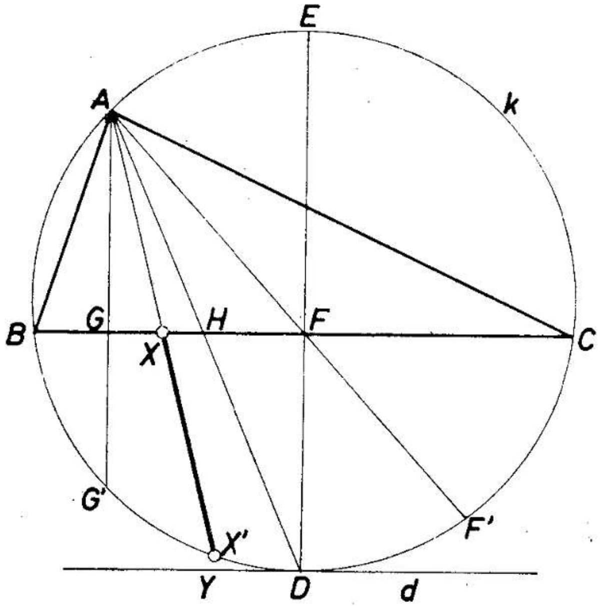
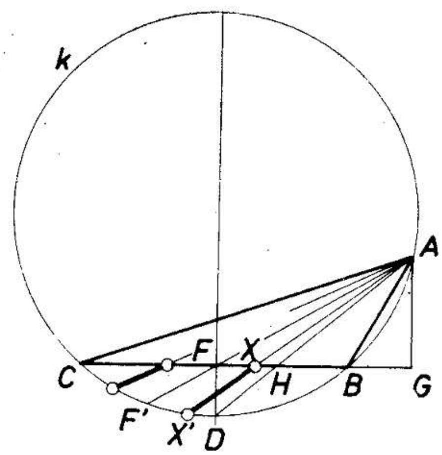
Helyezzük az ABC háromszöget úgy magunk elé, hogy a BC oldala vízszintes legyen, és az A csúcs a BC fölé kerüljön. Most még nyilván feltehetjük, hogy $AB \leq AC$. Jelöljük BC felezőpontját F-fel, A-nak BC-n levő vetületét G-vel, ABC köré írt körét k-val, BC felező merőlegese messe, továbbá k-t D-ben és E-ben (közülük D legyen BC alatt), végül BC és AD metszéspontja legyen H. Igazolni fogjuk a mondott állítást, mégpedig úgy; hogy megmutatjuk, ha X a BH szakaszon van, akkor $XX' < HD$, ha pedig X az FC szakaszon van, akkor $XX' < FF'$, ahol F' az AF és k második metszéspontja.





Mint ismeretes, k-nak X-en átmenő húrjainak a darabjaira

$$BX \cdot XC = AX \cdot XX'$$

érvényes, és itt $BX \cdot XC = (BF - FX) \cdot (BF + FX) = BF^2 - FX^2$. Ha tehát X akár B, akár C felé mozogva távolodik F-től, $BX \cdot XC$ értéke fogy. Közben AX értéke akkor nő, ha X távolodik G-től, ami mindig így van, ha X az FC-n mozog, ha pedig F-től B felé mozog, akkor azután következik be, ahogy X áthalad G-n. (Természetesen ha B-ben tompaszöge van azABC háromszögnek, akkor ez utóbbira soha nem kerül sor.) Emiatt XX' valóban kisebb FF'-nél, ha X az FC szakaszon van. Ha G a BC szakaszon van, és X ennek a BG részén, akkor $XX' < GG'$, ahol G' a k és AG második metszéspontja. Végül ha X az F-től B felé haladva H-n már túljutott, de G-n még nem, akkor legyen Y az AX egyenesnek k D-beli d érintőjével való metszéspontja. Most az is igaz, hogy $XY < HD$, hiszen az AX egyenesnek a párhuzamos BC, d egyenespárral bezárt szöge nagyobb, mint az AH egyenesnek.