Vezessük be az $y_1 = x_1$, $y_2 = 2x_2$, $y_3 = 3x_3$, $y_4 = 4x_4$, …, $y_{n-1} = (n-1)\,x_{n-1}$, $y_n = nx_n$ változókat, és rendezzük át a (2), (3), (4), …, $(n-1)$ egyenleteket:

$$2y_2 = y_1 + y_3, \quad 2y_3 = y_2 + y_4, \quad 2y_4 = y_3 + y_5,\ \ldots,\ 2y_{n-1} = y_{n-2} + y_n.$$

Ezek az egyenletek együtt azt jelentik, hogy az ismeretlen

$$y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4,\ \ldots,\ y_{n-1},\ y_n$$

számok között ebben a sorrendben a két szélső kivételével minden szám a szomszédjainak a számtani közepe. Geometriailag úgy szemléltethetjük ezt a tulajdonságot, hogy ábrázoljuk a koordináta-rendszerben a $Q_i(i;\, y_i)$ pontokat, a mondott tulajdonság ugyanis éppen azt jelenti, hogy ezek egy egyenesen vannak. Eszerint tetszőleges $1 < i < n$ mellett Q_i a Q_1Q_n szakaszt $(i-1):(n-i)$ arányban osztja, vagyis

$$(*) \qquad y_i = \frac{(i-1)y_n + (n-i)y_1}{n-1}.$$

Alkalmazzuk ezt $i = 2$ és $i = n-1$ mellett:

$$y_2 = \frac{y_n + (n-2)y_1}{n-1}, \quad y_{n-1} = \frac{(n-2)y_n + y_1}{n-1},$$

amit (1)-be és (n)-be helyettesítve az y_1, y_n ismeretlenekre a

$$2y_1 - \frac{y_n + (n-2)y_1}{n-1} = A,$$
$$-\frac{(n-2)y_n + y_1}{n-1} + 2y_n = B$$

egyenletrendszert kapjuk. A két, egyenlet összege szerint

$$2(y_1 + y_n) - (y_1 + y_n) = A + B,$$

tehát

$$y_1 = \frac{nA + B}{n+1}, \quad y_n = \frac{A + nB}{n+1}.$$

Ezeket a (*) egyenletbe helyettesítve kapjuk, hogy

$$y_i = \frac{(n+1-i)A + iB}{n+1}, \quad x_i = \frac{(n+1-i)A + iB}{i(n+1)},$$

ami most már minden 1 és n közötti i indexre érvényes.

Megjegyzés. Eredményünket nézegetve a következő, kicsit rövidebb megoldásra juthatunk. Vezessük még be az

$$y_0 = A, \quad y_{n+1} = B$$

változókat. Ezekkel (1) és (n) is azt jelenti, hogy

$$2y_1 = y_0 + y_2, \quad 2y_n = y_{n-1} + y_{n+1},$$

és a (*)-nak megfelelő

$$y_i = \frac{(n+1-i)y_0 + iy_{n+1}}{n+1}$$

egyenlet közvetlenül adja a végeredményt.