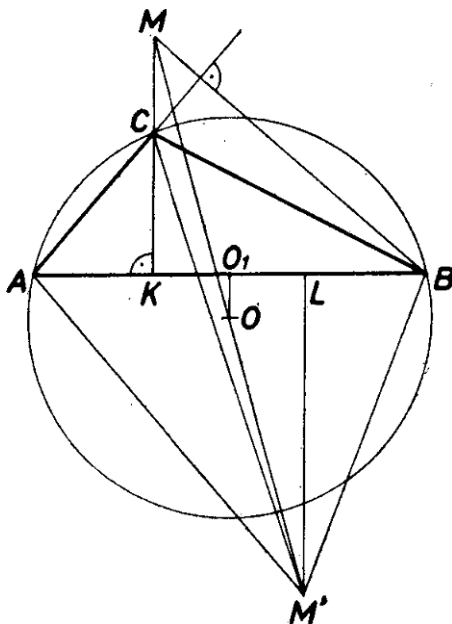


A bizonyítandó állítást az  $M'AC$ ,  $M'BC$  háromszögekre felírva

$$M'A^2 + AC^2 + CM'^2 = M'B^2 + BC^2 + CM'^2,$$

elegető azt belátnunk, hogy

$$(1) \quad M'A^2 + AC^2 = M'B^2 + BC^2.$$



Jelöljük az  $M$ ,  $O$ ,  $M'$  pontoknak az  $AB$  egyenesre eső merőleges vetületét rendre  $K$ ,  $O_1$  és  $L$ -lel. Az  $ACK$ , valamint  $LBM'$  derékszögű háromszögekben

$$(2) \quad AC^2 = AK^2 + KC^2,$$

ill.

$$M'B^2 = M'L^2 + LB^2.$$

Továbbá az  $ALM'$  és  $BCK$  háromszögekben

$$(3) \quad M'A^2 = M'L^2 + AL^2;$$

$$BC^2 = KC^2 + KB^2.$$

Adjuk össze a (2) és (3) alatti két-két egyenlőség megfelelő oldalait. Kapjuk, hogy

$$AC^2 + M'A^2 = AK^2 + KC^2 + M'L^2 + AL^2,$$

ill.

$$M'B^2 + BC^2 = M'L^2 + LB^2 + KC^2 + KB^2.$$

Az egyenletek bal oldalain éppen a kívánt (1) összefüggés két oldala áll, s mert  $O_1$  felezi  $AB$ -t és  $MO = OM'$  miatt  $KO_1 = O_1L$ , így az  $AK = LB$  és  $AL = KB$  egyenlőség is fennáll. Emiatt a jobb oldalon álló kifejezések is egyenlők.

Mivel a két háromszöget tetszőlegesen választottuk, az állítás bármely kettőre igaz. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.