

Az  $x = 5$  nyilván nem megoldása az egyenletnek. Ha  $x > 5$ , akkor

$$\frac{x-5}{|x-5|} = 1,$$

emiatt ebben az esetben egyenletünk így alakul:

$$|x-2| + \frac{1}{|x-2|} = 2$$

A számtani és mértani közép közti összefüggés alapján tudjuk, hogy egy pozitív szám és reciprokának összege csak akkor 2, ha a szám az 1, azaz  $|x-2| = 1$ .

Ha  $x > 5$ , akkor  $|x-2| > 3$ , így ebben az esetben sem kapunk megoldást.

Ha  $x < 5$ , akkor  $\frac{x-5}{|x-5|} = -1$ , tehát most

$$-|x-2| + \frac{1}{|x-2|} = 2,$$

ahonnan az

$$|x-2|^2 + 2|x-2| - 1 = 0$$

másodfokú egyenletet kapjuk az  $|x-2|$  ismeretlenre. Ennek egyetlen pozitív gyöke  $|x-2| = \sqrt{2} - 1$ . Tehát  $x = 1 + \sqrt{2}$ , vagy  $x = 3 - \sqrt{2}$ . Mindkét szám kisebb, mint 5, így gyökei az eredeti egyenletnek is.

*Megjegyzés.* Valamivel több számolással kapjuk az eredményt, ha az egyenlet értelmezési tartományát az alábbi három részre bontjuk:  $x < 2$ ,  $2 < x < 5$ ,  $5 < x$ .