Tekintsük először azt az esetet, amikor az a együttható racionális szám. Ezt racionális x-szel szorozva, racionális szorzatot kapunk. Ha b is racionális, akkor y is az. Ebben az esetben tehát bármely racionális x érték esetén racionális y adódik. Ha pedig b irracionális, akkor y is az. Tehát ha a is, b is racionális, akkor végtelen sok olyan pont van az egyenesen, amelynek mindkét koordinátája racionális szám, ha pedig az a racionális, b pedig irracionális szám, akkor egy sincs. Az előbbi esetre példa az $y = x$ egyenes, az utóbbira pedig $y = x + \sqrt{2}$.

Most vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor az a együttható irracionális. Megmutatjuk, hogy ekkor legfeljebb egy olyan pont van az egyenesen, amelynek mindkét koordinátája racionális. Tegyük fel ugyanis, hogy van két különböző ilyen pont: az $(x_1; y_1)$ és az $(x_2; y_2)$, ahol tehát az x_1, y_1, x_2, y_2 racionális számok, és $x_1 \neq x_2$, mert ellenkező esetben $y_1 = y_2$ is teljesülne. Továbbá

$$y_1 = ax_1 + b$$
$$y_2 = ax_2 + b.$$

Ekkor azonban $y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2)$ és a feltétel szerint $x_1 - x_2 \neq 0$. Ebből az adódik, hogy

$$a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2},$$

azaz egy irracionális szám egyenlő két racionális szám hányadosával, ami nyilvánvalóan ellentmondás. Az $y = \sqrt{2} \cdot x + 1$ egyenes például egyetlen olyan pontot tartalmaz, amelynek mindkét koordinátája racionális szám, és ez a $(0; 1)$ pont.

Mivel az összes esetet áttekintettük, az állítást igazoltuk.