



Toljuk el a  $BC$  szakaszt párhuzamosan az  $M$  pontig. Az így kapott  $B'C'$  szakasz párhuzamos és egyenlő  $BC$ -vel. Mivel a tetraéder szabályos,  $B$  is, és  $C$  is egyenlő távolságra van  $A$ -tól és  $D$ -től, így  $B$  és  $C$  benne van az  $AD$  szakasz felező merőleges síkjában,  $BC \perp AD$ . Az  $AB'DC'$  négyszög tehát négyzet. Hasonlóképpen kaphatjuk az  $AD$  szakasz eltolásával az  $N$  középpontú  $A'BD'C$  négyzetet. Mivel  $MN^2 = AB^2 - 2AM^2 = \frac{1}{2}AB^2 = AB'^2$ , vagyis  $MN = AB'$ . A két négyzet csúcsai egy kockát határoznak meg, ennek a kockának a lapátlói a tetraéder élei. Az  $MN$  szakasz a kocka két szemközti lapjának középpontját köti össze. Ha tehát  $MN$  tetszőleges,  $M$  és  $N$ -től különböző  $P$  pontján át az  $MN$ -re merőleges  $S$  síkot fektetünk, ez a kockát egy, az  $AB'DC'$ -vel egybevágó négyzetben metszi. A tetraéder további ( $M$ ,  $N$ -et nem tartalmazó) négy éle az  $S$  síkból rendre kimetszi az  $E$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$  pontokat. Mivel  $EH \parallel AD \parallel FG$ ,  $HG \parallel BC \parallel EF$ , a  $BHE$ ,  $DHG$ ,  $CGF$ ,  $AFE$  háromszögek szabályosak. Jelöljük  $a$ -val a tetraéder élének hosszát,  $x$ -szel a  $BE = EH = GF$  szakasz hosszát, akkor  $HD = HG = EF = a - x$ , és a négyszög  $k$  területére  $k = 2(HE + HG) = 2(x + a - x) = 2a$  adódik, ami valóban független a  $P$  pont megválasztásától.