

Jelöljük k középpontját O -val. Mivel a kör sugara egységnyi, s az R pontra teljesül, hogy $PQ \cdot PR = 1$, következik, hogy a PRO és POQ háromszögek hasonlók.

Tudjuk, hogy a POQ háromszög egyenlő szárú, így PRO is az, R tehát rajta van a PO szakasz f felezőmerőlegesén.

Most beláthatjuk, hogy f minden pontja eleget tesz a feltételnek. Legyen R' f egy pontja, kössük össze P -vel. Az így kapott félegyenes biztosan metszi egy és csak egy pontban a kört, jelöljük ezt Q' -vel. A POQ' és POR' háromszögek hasonlók, mert mindkettő egyenlő szárú és az alapon fekvő egyik szögük közös. Így megfelelő oldalaikra

$$PQ' : PO = PO : PR', \quad \text{azaz} \quad PQ' \cdot PR' = PO^2 = 1,$$

R' tehát valóban pontja a mértani helynek.

