

I. Megoldás. A táblán eredetileg páratlan számú páratlan szám volt. A páratlanok száma minden töltéskor vagy nullával vagy kettővel változik. Ha két párost törölünk ugyanis, az nem érinti a páratlanok számát; ha egy párost és egy páratlant, akkor a különbség páratlan, tehát a törölt páratlan helyett felírunk egy új páratlant, tehát a páratlanok száma ismét változatlan; ha két páratlant törölünk, akkor – mivel a különbség páros – a páratlanok száma kettővel csökken. Így a megadott törlésekkel a páratlan számú páratlan szám nem tüntethető el. Az utoljára maradó szám tehát páratlan lesz.

II. Megoldás. Az eredetileg felírt számok összege páratlan. A törlések ezt az összeget minden lépésben a kivont szám kétszeresével – tehát páros számmal – csökkentik. Így a számok összege minden lépés után páratlan marad. Tehát az a szám, amely utoljára marad, biztosan páratlan.

Megjegyzés. Az I. megoldásból látható, hogy az állítás akkor is igaz, ha olyan tetszőleges, nem feltétlenül különböző, természetes számokat írunk fel, amelyek közt páratlan számú páratlan van. A II. megoldásból pedig az látható, hogy az állítás tetszőlegesen megválasztott kiinduló számokra igaz, ha az összegük páratlan. Ez a két feltétel nyilván ugyanazt jelenti. Az is látható a bizonyításokból, hogy ha az eredeti számok összege páros, akkor az utolsó szám is páros lesz.