

Az egyenlet bal oldalán álló kifejezés a valós számok körében akkor van értelmezve, ha

$$a) x > 2; \quad b) \sqrt{x-2} \neq 1, \quad \text{azaz} \quad x \neq 3; \quad c) x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 9x - 14 > 0.$$

Ha a fenti feltételek teljesülnek, akkor egyenletünk ekvivalens a

$$(\sqrt{x-2})^8 = x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 9x - 14$$

egyenlettel. Mivel

$$x^4 - 6x^3 + 7x^2 + 9x - 14 = (x-2)(x^3 - 4x^2 - x + 7),$$

egyenletünket átrendezve azt kapjuk, hogy

$$(x-2)[(x-2)^3 - (x^3 - 4x^2 - x + 7)] = (x-2)(2x^2 - 13x + 15) = 0.$$

Az a) feltétel miatt $x-2 > 0$, tehát az utóbbi egyenlet csak úgy állhat fenn, ha $2x^2 - 13x + 15 = 0$. Ennek 1,5 és 5 a gyöke. Az első az a) feltétel miatt nem megoldása az eredeti egyenletnek. Tehát ha van megoldás, akkor az csak az $x = 5$ lehet. Mivel erre b) és c) is teljesül, ez valóban megoldás.

Kóczy T. László, Budapest