Ha (1)-ben $\sqrt{2}$ helyére a-t írunk, a kapott

$$\begin{aligned} aX + 8{,}59\,Y &= 9{,}98 \\ 1{,}41X + 8{,}59\,Y &= 10 \end{aligned} \tag{2}$$

egyenletrendszer gyökei az

$$X = -\frac{0{,}02}{a - 1{,}41}, \quad Y = \frac{10}{8{,}59} - \frac{1{,}41}{8{,}59}\,X$$

számok lesznek. Ebből $a = \sqrt{2}$ helyettesítéssel kapjuk (1) gyökeit, és a két egyenletrendszer gyökeinek eltérésére azt kapjuk, hogy

$$X - x = -\frac{0{,}02}{a - 1{,}41} + \frac{0{,}02}{\sqrt{2} - 1{,}41} = \frac{(a - \sqrt{2}) \cdot 0{,}02}{(a - 1{,}41)(\sqrt{2} - 1{,}41)}, \tag{3}$$

$$Y - y = -\frac{1{,}41}{8{,}59}\,(X - x). \tag{4}$$

Mivel $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}4143$, ha $1{,}414 < a < 1{,}4143$, akkor

$$10^3|a - \sqrt{2}| < \frac{0{,}02}{0{,}0043^2}|a - \sqrt{2}| < |X - x| < \frac{0{,}02}{0{,}004^2}|a - \sqrt{2}| < 2 \cdot 10^3|a - \sqrt{2}|.$$

Emiatt $|X - x| < 0{,}01$, ha $|a - \sqrt{2}| < \frac{1}{2} \cdot 10^{-5}$, vagyis a legalább 5 tizedesjegy pontossággal közelíti $\sqrt{2}$ értékét. Mivel hat tizedesjegyre $\sqrt{2} = 1{,}414214$, kell is ez a pontosság, mert ha a csak négy tizedesre közelíti $\sqrt{2}$-t, akkor $|a - \sqrt{2}| > 10^{-5}$, és $|X - x| > 10^{-2}$. Mivel a (4)-ben fellépő együttható kisebb 1-nél, $|X - x| < 10^{-2}$ már maga után vonja, hogy $|Y - y| < 10^{-2}$ is teljesül. Tehát ahhoz, hogy a kívánt pontosságot elérjük, $\sqrt{2}$ értékét legalább öt tizedesjegy pontossággal kell figyelembe vennünk.

Megjegyzés. Sokkal kisebb pontosság elegendő, ha előbb gyöktelenítjük x nevezőjét. Ekkor ugyanis

$$x = \frac{-0{,}02(\sqrt{2} + 1{,}41)}{2 - 1{,}41^2} = -1{,}68(\sqrt{2} + 1{,}41),$$

és a kívánt pontosságot akkor is megkapjuk, ha itt $\sqrt{2}$ értékét csak két tizedesjegy pontossággal vesszük figyelembe.