Egyenletünk ekvivalens a

$$\left(\sqrt{2}y+z\right)\left(\sqrt{2}y-z\right)=1 \tag{2}$$

egyenlettel, ahol $z=2x+1$. Ha ennek y, z tetszőleges megoldása, és α, β a

$$\left(\sqrt{2}\alpha+\beta\right)\left(\beta-\sqrt{2}\alpha\right)=1 \tag{3}$$

egyenlet megoldása, akkor a két egyenletet összeszorozva azt kapjuk, hogy

$$\left(\sqrt{2}Y+Z\right)\left(\sqrt{2}Y-Z\right)=1,$$

ahol $Y=\alpha z+\beta y$, $Z=2\alpha y+\beta z$. A (2), (3) egyenletek tetszőleges természetes számokból álló megoldásából tehát a (2) egyenlet egy újabb természetes számokból álló megoldását kapjuk. (Az új megoldás azért tér el a régitől, mert benne $Y>y$, $Z>z$.) Emiatt elegendő (3) egyetlen megoldását megtalálni. Például az $\alpha=2$, $\beta=3$ értékek mellett az

$$y_0=1,\ y_{n+1}=3y_n+2z_n,$$
$$z_0=1,\ z_{n+1}=4y_n+3z_n$$

sorozatot kapjuk. Mivel ennek elemei gyökei a (2) egyenletnek, vagyis $z_n^2=2y_n^2-1$, z_n páratlan, így az

$$x_n=\frac{z_n-1}{2}$$

sorozat tagjai is egészek, és $n\geqq 1$ mellett pozitívak is. Ezzel beláttuk, hogy az (1) egyenletnek valóban végtelen sok megoldása van a természetes számok halmazában.