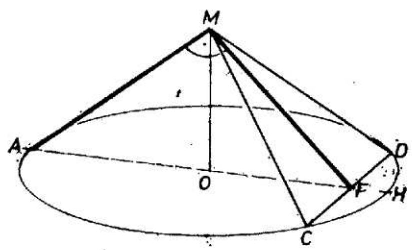
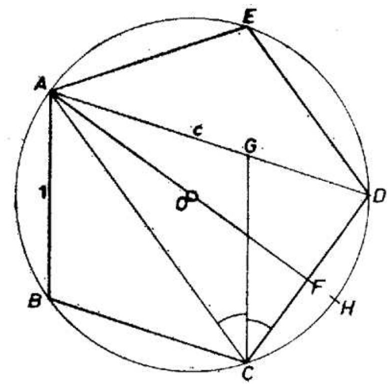
Jelöljük a CD oldal felezőpontját F-fel. Ha AM merőleges a CDM síkra, merőleges a benne levő FM egyenesre is. Megfordítva, ha M-et úgy választjuk meg, hogy az AFM háromszög derékszögű legyen, akkor AM merőleges lesz az egész CDM síkra, hiszen FM-en kívül a CD egyenesre is merőleges. Az AFM háromszög viszont ismert tétel szerint akkor és csakis akkor derékszögű M-ben, ha a magassága az átfogó két, általa létrehozott darabjának mértani közepe. Ha tehát O az $ABCDE$ ötszög centruma, akkor a kérdezett magasság $\sqrt{\overline{AO}\cdot\overline{OF}}$.





Jelöljük az ACD háromszög C-beli szögfelezőjének a szemközti oldallal alkotott metszéspontját G-vel. Ekkor

$$CDG\sphericalangle = DGC\sphericalangle = 72°, \qquad ACG\sphericalangle = CAG\sphericalangle = 36°,$$

tehát $AG = GC = CD = 1$, így az AD átló c hosszára az ACD és CDG háromszögek hasonlósága alapján az aranymetszést jelentő

$$c : 1 = 1 : (c-1)$$

másodfokú egyenletet írhatjuk fel, amiből $c > 1$ miatt $c = \left(\sqrt{5}+1\right)/2$ következik.

Jelöljük másrészt az $ABCDE$ ötszög köré írható kör A-val átellenes pontját H-val, a kör sugarát r-rel, AF hosszát f-fel. Az átfogó darabjaira vonatkozó tételt használva kapjuk, hogy $AH \cdot AF = AD^2$, vagyis $r = c^2/2f$. Pitagorasz tétele alapján $f^2 = c^2 - 1/4$, tehát

$$AO{\cdot}OF = r(f-r) = \frac{c^2}{2} - \frac{c^4}{4c^2-1} = \frac{1}{2}\frac{c^2(2c^2-1)}{4c^2-1} =$$
$$= \frac{1}{2}\frac{(c+1)(2c+1)}{4c+3} = \frac{1}{2}\frac{5c+3}{4c+3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{5}+5} = \frac{3\sqrt{5}+5}{20}.$$

(Közben többször felhasználtuk, hogy $c^2 = c+1$.)

Tehát a kérdezett magasság $\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{3\sqrt{5}+5}{5}} = 0{,}76512$.