

Nyilvánvaló, hogy $x \neq 0,5$, mert ellenkező esetben nincsenek értelmezve az egyenletben szereplő törtek. Szorozzuk meg az egyenletet az $(x - 0,5)$ kifejezéssel

$$[x](x - 0,5) - (x - 0,5)\sqrt{\frac{[x]}{x - 0,5}} - 6 = 0.$$

I. eset. Ha $x - 0,5 > 0$, akkor $x - 0,5 = \sqrt{(x - 0,5)^2}$, és így

$$[x](x - 0,5) - \sqrt{[x](x - 0,5)} - 6 = 0.$$

Ez a $\sqrt{[x](x - 0,5)}$ kifejezésre nézve másodfokú egyenlet, amelynek a gyökei: 3 és -2 . A négyzetgyökös kifejezés értéke nem lehet negatív, tehát

$$\sqrt{[x](x - 0,5)} = 3, \quad \text{amiből} \quad [x](x - 0,5) = 9.$$

Az x értékét növelve nyilvánvalóan az $[x](x - 0,5)$ szorzat értéke is növekszik, mert mindkét tényező növekvő és nem negatív. Ebből következik, hogy az $[x](x - 0,5) = 9$ egyenlet megoldását a $3 < x < 4$ intervallumon érdemes keresni. Itt $[x] = 3$, amiből az $x = 3,5$ következik. Ez valóban ki is elégíti az eredeti egyenletet.

II. eset. Ha $x - 0,5 < 0$, akkor $x - 0,5 = -\sqrt{(x - 0,5)^2}$, és így a következő egyenlethez jutunk:

$$[x](x - 0,5) + \sqrt{[x](x - 0,5)} - 6 = 0.$$

Az első esethez hasonlóan megoldva, most az $\sqrt{[x](x - 0,5)} = 2$, és ebből az $[x](x - 0,5) = 4$ egyenlet adódik. Az x változó növelésével most a szorzat csökkenő, mert mindkét tényező növekvő és nem pozitív. Rögtön látható, hogy a megoldás most a -2 és -1 közé esik, ahol az $[x] = -2$. Tehát $x = -1,5$, ami valóban kielégíti az eredeti egyenletet. Összefoglalva, az egyenletnek két megoldása van, és ez az $x = -1,5$, illetve az $x = 3,5$.

Filus János (Kecskemét, Katona J. Gimn., II. o. t.)