

Elég belátni, hogy az

$$(2) \quad \frac{1}{n+1} < \frac{i + \sqrt{n^2 + i}}{(n+i)\sqrt{n^2 + i + 2}} < \frac{1}{n}$$

egyenlőtlenség teljesül minden $i = 1, 2, \dots, n$ számra, mert ezeket összeadva az (1) egyenlőtlenséget kapjuk. Nézzük először a (2) egyenlőtlenség bal oldalát, rendezve azt kapjuk, hogy

$$(n+i)\sqrt{n^2 + i + 2} < (n+1)(i + \sqrt{n^2 + i}),$$

ami igaz, mert

$$n+i < i + \sqrt{n^2 + i}, \quad \text{és} \quad \sqrt{n^2 + i + 2} < n+1.$$

Hasonlóan vizsgálva az egyenlőtlenség jobb oldalát, szorzás után azt kapjuk, hogy

$$ni + n\sqrt{n^2 + i} < n\sqrt{n^2 + i + 2} + i\sqrt{n^2 + i + 2},$$

ami igaz, mert

$$ni < i\sqrt{n^2 + i + 2}, \quad \text{és} \quad n\sqrt{n^2 + i} < n\sqrt{n^2 + i + 2}.$$